

## Corrigé de l'exercice n° 10

1. Les deux sources ont la même puissance sonore ( $P_1 = P_2$ ) :  $L_{w1} = L_{w2} = 10 \log \frac{P_1}{P_0}$

on en déduit :  $P_1 = P_2 = P_0 \times 10^{\frac{L_{w1}}{10}}$

A.N. :  $P_1 = P_2 \cong 10^{-4} \text{ W}$

2. Seule une source fonctionne ; on pose :  $OS_1 = OS_2 = d = 2 \text{ m}$  :

Le niveau sonore  $L_I(O)$  résultant est :  $L_I(O) = 10 \log \frac{P_1}{I_0 \times 4 \pi d^2}$

A.N. :  $L_I(O) \cong 63 \text{ dB}$

3. Les deux sources fonctionnent :

Au point O, on se trouve à la même distance  $d = 2 \text{ m}$  des deux sources de sorte que les intensités sonores en O sont identiques. Les intensités sonores s'additionnent :  $I = I_1 + I_2 = 2 I_1 = 2 I_2$  avec :  $I_1 = \frac{P_1}{4 \pi d^2}$

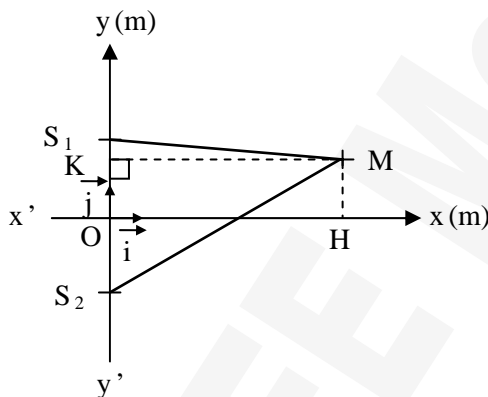
Le niveau sonore  $L'_I(O)$  résultant est :

$L'_I(O) = 10 \log \frac{2 P_1}{I_0 \times 4 \pi d^2}$  soit :  $L'_I(O) = L_I(O) + 10 \log 2$

A.N. :  $L'_I(O) \cong 66 \text{ dB}$

4.  $\vec{S_1M} = \vec{S_1O} + \vec{OM} = -d \vec{j} + (x \vec{i} + y \vec{j})$  soit :  $\vec{S_1M} = (y-d) \vec{j} + x \vec{i}$

puis :  $\|\vec{S_1M}\| = \sqrt{x^2 + (y-2)^2}$  en remplaçant d par 2 m.



$\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$   
 $\vec{S_1O} = -d \vec{j}$   
 $\vec{S_2O} = +d \vec{j}$

$\vec{S_2M} = \vec{S_2O} + \vec{OM} = +d \vec{j} + (x \vec{i} + y \vec{j})$  soit :  $\vec{S_2M} = (y+d) \vec{j} + x \vec{i}$

puis :  $\|\vec{S_2M}\| = \sqrt{x^2 + (y+2)^2}$  en remplaçant d par 2 m.

Maths :  $\vec{AB} = \vec{AG} + \vec{GB}$  (G quelconque)

Maths : Si  $\vec{AB} = X \vec{i} + Y \vec{j}$  alors  $\|\vec{AB}\|^2 = X^2 + Y^2$

5. Au point M, l'intensité sonore est I :  $I = I_1 + I_2 = \frac{P_1}{4 \pi (S_1M)^2} + \frac{P_2}{4 \pi (S_2M)^2}$  avec :  $P_1 = P_2$

Les points  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  appartiennent à la médiatrice du segment  $S_1S_2$  de sorte que l'on a :  $(S_1M)^2 = (S_2M)^2$ .

On en déduit :  $I = 2 I_1 = \frac{2 P_1}{4 \pi (S_1M)^2}$

Le niveau sonore s'écrit :  $L_1(M) = 10 \log \frac{2 P_1}{I_0 \times 4 \pi (S_1 M)^2}$

Point	y	x	$(S_1 M)^2$	$L_1(M)$ (dB)
A <sub>1</sub>	0	2	8	63
A <sub>2</sub>	0	4	20	59
A <sub>3</sub>	0	8	68	54

6. Au point M, l'intensité sonore est I ( $P_1 = P_2$ ;  $x = d = 2$  m) :  $I = I_1 + I_2 = \frac{P_1}{4 \pi (S_1 M)^2} + \frac{P_1}{4 \pi (S_2 M)^2}$ .

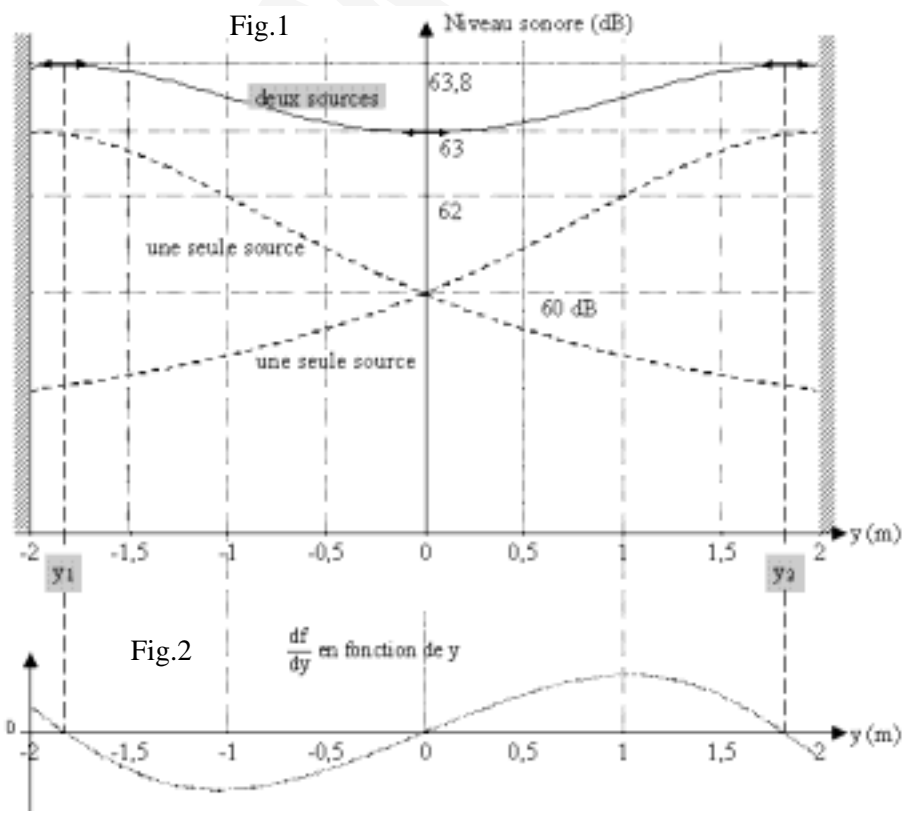
Le niveau sonore est :  $L_1(M) = 10 \log \frac{P_1}{I_0 \times 4 \pi \underbrace{\left( \frac{1}{(S_1 M)^2} + \frac{1}{(S_2 M)^2} \right)}_{f(y)}}$

La fonction logarithme est une fonction croissante. Pour obtenir le maximum de niveau sonore, il faut que la fonction f(y) soit maximale.

$$f(y) = \frac{1}{4 + (y - 2)^2} + \frac{1}{4 + (y + 2)^2}$$

Cette fonction présente une symétrie par rapport à l'axe x'Ox puisque le remplacement de y en -y ne modifie pas la fonction. De plus, il faut que y soit compris entre 0 et 2 m afin que le niveau acoustique soit maximal.

Etude graphique : On procède à une étude graphique de la fonction f(y) (en trait plein – figure 1) et de sa dérivée par rapport à y ( $\frac{df}{dy}$  en pointillés sur la figure 2). On a ajouté, aussi, les niveaux sonores produits par une seule source (graphes représentés à l'aide de tirets sur la figure 1).



La fonction (étude graphique précédente)  $\frac{df}{dy}$  s'annule pour trois valeurs particulières de  $y$  :

$$y = 0 \text{ (minimum du niveau sonore soit 63,0 dB)}$$

$$y_1 \cong -1,82 \text{ m (maximum du niveau sonore)}$$

$$y_2 \cong +1,82 \text{ m}$$

Le maximum du niveau sonore est alors de 63,8 dB.

*Remarque* : Le calcul complet (non exigé !) est un peu fastidieux ! On ne donne donc que des points de repère concernant ce calcul. La dérivée, par rapport à  $y$ , de la fonction  $f(y)$  s'écrit :

$$\frac{df}{dy} = \frac{-2(y-d)}{[d^2 + (y-d)^2]^2} + \frac{-2(y+d)}{[d^2 + (y+d)^2]^2}$$
$$\frac{df}{dy} = 0 \text{ pour } \frac{-2(y-d)}{[d^2 + (y-d)^2]^2} = \frac{2(y+d)}{[d^2 + (y+d)^2]^2}$$

soit :  $-\cancel{2}(y-d)[d^2 + (y+d)^2]^2 = \cancel{2}(y+d)[d^2 + (y-d)^2]^2$  ce qui, après, développement conduit à :

$$8d^4 = 2y^2[y^2 + 4d^2]$$

On résout l'équation du second degré (on pose :  $y^2 = X$ ) en ne retenant que la racine positive ( $X > 0$ ).

$$y^2 = X = 2d^2(\sqrt{2}-1) \quad \text{soit :} \quad y_{1,2} = \pm d\sqrt{2(\sqrt{2}-1)}$$

Bien entendu, on retrouve le même résultat.