Corrigé de l'exercice n° 12

1. ◆ Le niveau d'intensité acoustique, à la distance r_0, s'écrit :

$$L_I(r_0) = 10\log\frac{I(r_0)}{I_0} \; ; \; L_I(r_0) = 130 \text{ dB et } I_0 \cong 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$$

On en déduit, aussitôt : $\boxed{I(r_0) = I_0 \times 10^{\frac{L_I(r_0)}{10}}}$ soit : $\boxed{\text{A.N.} : I(r_0) \cong 10 \text{ W.m}^{-2}}$

◆ La puissance acoustique rayonnée reste constante (tant qu'il n'y a pas d'atténuation due à l'air) ; on a, à la distance r_0 :

$$\boxed{I(r_0) = \frac{P(r_0)}{4\pi r_0^2}} \qquad \boxed{\text{A.N.} : P(r_0) \cong 1{,}13 \times 10^5 \text{ W}}$$

2. A partir de la distance r_0, la puissance rayonnée obéit à la loi de décroissance : $\frac{dP}{P} = -2\,a\,dr$

L'intégration de cette relation, entre r_0 et $r > r_0$ donne :

$$\int_{P(r_0)}^{P(r)} \frac{dP}{P} = -2\,a\int_{r_0}^{r} dr \quad \text{(a est une constante)}$$

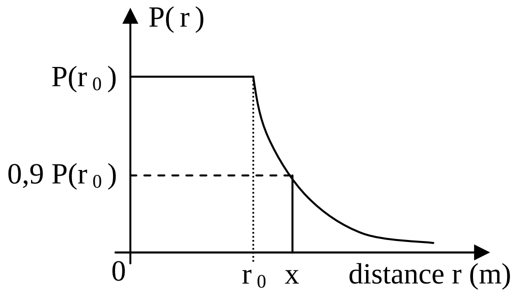
On obtient : $\ln\frac{P(r)}{P(r_0)} = -2\,a\,(r - r_0)$ soit : $\boxed{P(r) = P(r_0)\,e^{-2a(r-r_0)}}$

Maths : $\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = (\ln x_2 + \text{Cte}) - (\ln x_1 + \text{Cte}) = \ln x_2 - \ln x_1$

et, enfin : $\ln x_2 - \ln x_1 = \ln\frac{x_2}{x_1}$

On en déduit : $\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \ln\frac{x_2}{x_1}$

L'allure de la puissance rayonnée est indiquée ci-contre :



Soit x la distance pour laquelle $P(x) = 0{,}9\,P(r_0)$ (le schéma ci-dessus n'est pas à l'échelle !) ; on a : $\ln\frac{P(x)}{P(r_0)} = -2\,a\,(x - r_0) = \ln\frac{9}{10} = -\ln\frac{10}{9}$

On en déduit : $2\,a\,(x - r_0) = \ln\frac{10}{9}$ puis : $\boxed{x = r_0 + \frac{1}{2\,a}\ln\frac{10}{9}}$ $\boxed{\text{A.N. } x \cong 40{,}5 \text{ m}}$

A cette distance, le niveau d'intensité acoustique est donné par :

$$\boxed{L_I(x) = 10\log\frac{I(x)}{I_0}} \text{ avec : } \boxed{I(x) = \frac{P(x)}{4\pi x^2}} \quad \text{A.N.}: L_I(x) \cong 127 \text{ dB}$$

3. On note y la distance cherchée. A cette distance, on veut que l'intensité acoustique (sans atténuation de la puissance rayonnée) soit égale à $I(x)$ car l'égalité des niveaux sonores entraîne l'égalité des intensités sonores :

$$I(y) = \frac{P(r_0)}{4\pi y^2} = I(x) \text{ avec : } I(x) = \frac{0{,}9\,P(r_0)}{4\pi x^2}$$

On obtient, alors : $\frac{0{,}9\;\cancel{P(r_0)}}{\cancel{4\pi}\;x^2} = \frac{\cancel{P(r_0)}}{\cancel{4\pi}\;y^2}$ soit : $\boxed{y^2 = \frac{x^2}{0{,}9}}$ $\quad$ A.N. : $y \cong 42{,}7$ m

BTS FEE Monge Nantes