Corrigé de l'épreuve de physique du BTS 2001

Partie A

1°question : $\boxed{p\,V = m\,r\,T}$

2° question : $r = \dfrac{R}{M(gaz)}$ $M(gaz)$: masse molaire du gaz (en $kg.mol^{-1}$)

R en $J.mol^{-1}.K^{-1}$

La constante r du gaz s'exprime alors en $\boxed{J.kg^{-1}.K^{-1}}$.

3° question : Pour l'air : $M = 29.10^{-3}\ kg.mol^{-1}$.

On obtient : $\boxed{r = 287\ J.kg^{-1}.K^{-1}}$

4° question :

$$\left.\begin{aligned} c_p - c_v &= r \\ \gamma &= \frac{c_p}{c_v} \end{aligned}\right\}$$

$\gamma\, c_v - c_v = r$ donc : $\boxed{c_v = \dfrac{r}{\gamma - 1}}$

et si $c_p = \gamma\, c_v$ $\boxed{c_p = \dfrac{\gamma r}{\gamma - 1}}$

5° question :

Soit la masse m d'un gaz parfait occupant le volume V, à la température T et à la pression p.

On a : $m\,r\,T = p\,V$ et sa masse volumique $\rho = \dfrac{m}{V}$ s'écrit : $\boxed{\rho = \dfrac{p}{r\,T}}$

Application à l'air : $p = 2\ bar = 2.10^5\ Pa$; $r = 287\ J.kg^{-1}.K^{-1}$; $T = 258\ K$ $\boxed{\rho = 2{,}7\ kg.m^{-3}}$

Partie B

1° question : Un système subit une transformation adiabatique lorsque cette évolution se fait sans échange de chaleur avec l'extérieur.

2° question : **On se limite au cas d'un gaz parfait.**

* Équation des adiabates relative aux variables p et V : $p\,V^{\gamma} = cste$ (a)

* L'équation des gaz parfaits nous permet d'écrire : $V = \dfrac{m\,r\,T}{p}$ (b)

- Dans l'expression (a), on remplace V donné par l'expression (b) :

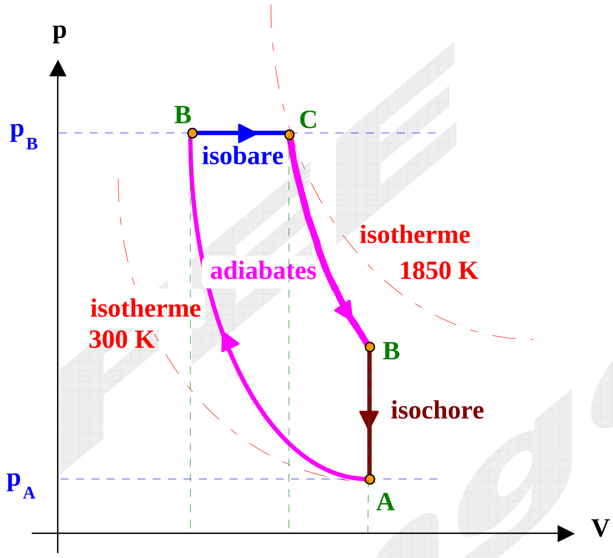
$p\left(\dfrac{m\,r\,T}{p}\right)^{\gamma} = cste$ on en déduit : $\dfrac{p}{p^{\gamma}}(T^{\gamma}) = cste$ puisque le produit m r est constant.

On obtient, en définitive : $\boxed{p^{1-\gamma}\ T^{\gamma} = cste}$

Partie C

1° question :

On a affaire à un **cycle moteur** ; dans le diagramme de Clapeyron, le cycle est décrit dans le **sens horaire** (le travail total reçu par le fluide devant être **négatif**).



2° question :

- Calcul de V_B :

La transformation $A \rightarrow B$ est adiabatique et réversible. Le gaz qui évolue est considéré comme un gaz parfait ; on peut donc écrire : $p_A \, V_A{}^{\gamma} = p_B \, V_B{}^{\gamma}$.

On en déduit, successivement : $\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma} = \dfrac{p_A}{p_B}$

puis, en élevant les deux termes de l'égalité à la puissance $\dfrac{1}{\gamma}$: $\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma \times \frac{1}{\gamma}} = \left(\dfrac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

ce qui donne : $\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right) = \left(\dfrac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ et, enfin : $V_B = V_A \left(\dfrac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ A.N. : $V_B \cong 7 \,.10^{-2}$ L

- Calcul de T_B :

$$T_A \, V_A{}^{\gamma - 1} = T_B \, V_B{}^{\gamma - 1}$$

$$T_B = T_A \left(\dfrac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma - 1}$$

$$p_A{}^{1-\gamma} \, T_A{}^{\gamma} = p_B{}^{1-\gamma} \, T_B{}^{\gamma}$$

$$T_B = T_A \left(\dfrac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Dans les deux cas, on obtient : A.N. : $T_B = 861$ K

Remarque : Le second calcul est préférable puisqu'il ne reprend que les données du texte. Le premier calcul, lui, est dépendant du calcul de V_B.

- Calcul de V_C :

Le gaz (masse m) qui évolue est considéré comme un gaz parfait ; on a donc :

$$p_B\,V_B = m\,r\,T_B \quad \text{(relation a)} \quad \text{et} \quad p_C\,V_C = m\,r\,T_C \quad \text{(relation b)}$$

En divisant la relation (b) par la relation (a), on obtient :

$$\frac{p_C}{p_B} \times \frac{V_C}{V_B} = \frac{\cancel{m}\,\cancel{r}}{\cancel{m}\,\cancel{r}} \times \frac{T_C}{T_B}$$

La transformation $B \to C$ est isobare : $p_B = p_C$ de sorte que l'on obtient, en définitive :

$$V_C = V_B \frac{T_C}{T_B} \qquad \text{A.N.}: V_C = 15.10^{-2}\ \text{L}$$

- Calcul de p_D :

La transformation $C \to D$ est adiabatique et réversible. Le gaz qui évolue est considéré comme un gaz parfait ; on peut donc écrire : $p_C\,V_C{}^{\gamma} = p_D\,V_D{}^{\gamma}$ (relation c).

Comme la transformation $D \to A$ est isochore, on a : $V_D = V_A$

Comme la transformation $B \to C$ est isobare, on a : $p_B = p_C$

La relation (c) s'écrit, alors : $p_B\,V_C{}^{\gamma} = p_D\,V_A{}^{\gamma}$ d'où l'on tire : $p_D = p_B \left(\dfrac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma}$

$\text{A.N.}: p_D \cong 3\ \text{bar}$

- Calcul de T_D :

Le gaz (masse m) qui évolue est considéré comme un gaz parfait ; on a donc :

$$p_D\,V_D = m\,r\,T_D \quad \text{(relation d)} \quad \text{et} \quad p_A\,V_A = m\,r\,T_A \quad \text{(relation e)}$$

En divisant la relation (d) par la relation (e), on obtient : $\dfrac{p_D}{p_A} \times \dfrac{\cancel{V_D}}{\cancel{V_A}} = \dfrac{\cancel{m}\,\cancel{r}}{\cancel{m}\,\cancel{r}} \times \dfrac{T_D}{T_A}$ car $V_D = V_A$

Soit : $T_D = T_A \dfrac{p_D}{p_A}$ $\quad \text{A.N.}: T_D = 876\ \text{K}$

Remarque : On peut aussi utiliser la relation : $p_D{}^{1-\gamma}\,T_D{}^{\gamma} = p_C{}^{1-\gamma}\,T_C{}^{\gamma}$ ce qui donne :

$$T_D = T_C \left(\frac{p_C}{p_D}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$