

Pompe à chaleur air-air

Les questions sont indépendantes.

On étudie une pompe à chaleur air-air. Le but de l'exercice est de déterminer son efficacité à chauffer un local. Cette machine thermique fonctionne avec une source froide (extérieur du local) dont la température est $\theta_A = -8^\circ\text{C}$. La source chaude est constituée par l'intérieur du local dont la température est $\theta_B = +20^\circ\text{C}$.

Dans cette machine, une quantité de matière d'air, n , décrit le cycle suivant.

A \rightarrow B : compression adiabatique réversible ; la température évolue de θ_A à θ_B .

B \rightarrow C : compression isotherme.

C \rightarrow D : détente adiabatique réversible.

D \rightarrow A : détente isotherme.

Chaque état du système est caractérisé par sa pression p , son volume V et sa température T (en kelvin).

Dans toute cette étude, l'air est considéré comme un gaz parfait.

Données :

Au point A

- ♦ Température : $T_A = 265\text{ K}$;
- ♦ pression : $p_A = 1,50 \times 10^5\text{ Pa}$;
- ♦ volume : $V_A = 0,800\text{ m}^3$.

Au point B :

- ♦ Température : $T_B = 293\text{ K}$.

Au point C :

- ♦ pression : $p_C = 3,50 \times 10^5\text{ Pa}$;
- ♦ Capacité thermique molaire à volume constant : $C_V = 20,8\text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- ♦ Constante des gaz parfaits : $R = 8,31\text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- ♦ Coefficient adiabatique : $\gamma = 1,40$;

♦ Relation de Laplace pour une transformation adiabatique et réversible : $T V^{\gamma-1} = \text{constante}$.

1° question : Montrer que la quantité de matière d'air est égale à $n = 54,5\text{ mol}$.

2° question : Montrer que le volume d'air dans l'état B est $V_B = 0,62\text{ m}^3$.

3° question : On donne la pression de l'air dans l'état B, $p_B = 2,13 \times 10^5\text{ Pa}$. Calculer le volume d'air dans l'état C, V_C .

4° question : Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron (p, V) de ce cycle, en indiquant les états A, B, C et D ainsi que le sens de parcours du cycle.

5° question :

a) Donner la valeur de la chaleur reçue par l'air lors de l'évolution $A \rightarrow B$, Q_{AB} .

b) Justifier que le travail reçu par l'air lors de l'évolution $A \rightarrow B$ est donné par la relation :

$$W_{AB} = n C_V (T_B - T_A)$$

c) Calculer la valeur de W_{AB} .

6° question : Montrer que le travail reçu par l'air lors de l'évolution $B \rightarrow C$ s'exprime par la relation :

$$W_{BC} = -n R T_B \ln \frac{V_C}{V_B}$$

a) Calculer la valeur du travail W_{BC} .

b) En déduire, à l'aide du premier principe de la thermodynamique, la chaleur échangée par l'air avec le milieu extérieur lors de l'évolution $B \rightarrow C$, Q_{BC} . Que signifie le signe de Q_{BC} ?

7° question : On note Q_{DA} la chaleur échangée par l'air avec le milieu extérieur lors de l'évolution $D \rightarrow A$:

a) Exprimer l'efficacité e de cette machine en fonction de Q_{BC} et W_{cycle} , travail reçu par l'air au cours du cycle.

b) En utilisant le premier principe de la thermodynamique, exprimer l'efficacité e de cette machine en fonction de Q_{BC} et Q_{DA} .

c) On montre que l'efficacité peut s'écrire : $e = \frac{T_B}{T_B - T_A}$. Faire l'application numérique à partir de cette expression.

d) Que signifie la valeur numérique trouvée ?