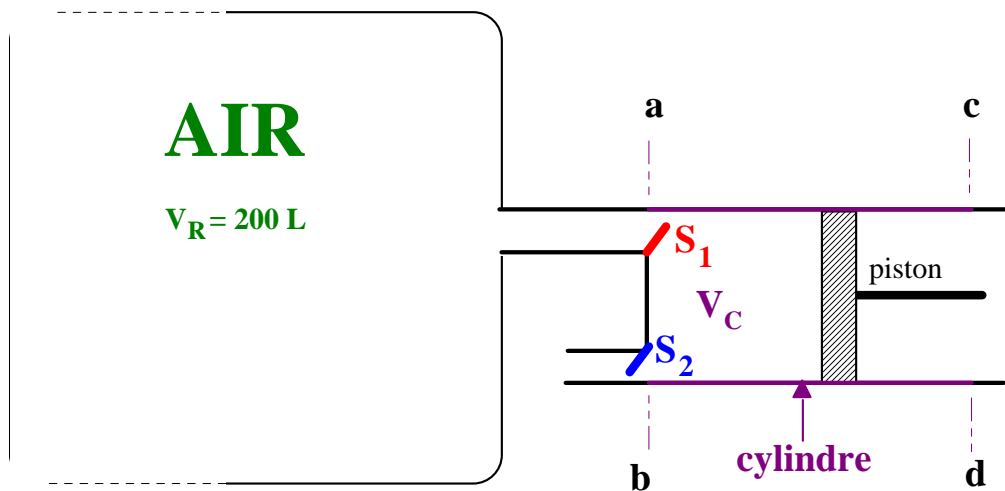


Épreuve de physique du BTS 92

On désire abaisser la pression dans un réservoir indéformable, de volume $V_R = 200 \text{ L}$, rempli d'air à la pression $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ et à la température $t_0 = 17 \text{ °C}$ jusqu'à la pression finale $p_f = 10^4 \text{ Pa}$.

Pour cela, on utilise un piston étanche qui se déplace en translation, sans frottement, dans un cylindre muni de deux soupapes S_1 et S_2 (voir le schéma ci-dessous).



Le principe de fonctionnement est le suivant :

- Le piston étant dans la position ab, la soupape S_1 est ouverte et la soupape S_2 fermée.
- Le piston est ensuite entraîné jusqu'à la position cd et il y a aspiration d'un volume V_C d'air égal à 50 cm^3 ce qui permet d'abaisser la pression dans le réservoir à la valeur p_1 .
- Dès que le piston revient vers la position ab, la soupape S_2 s'ouvre et la soupape S_1 se ferme, ce qui permet d'évacuer l'air emprisonné à l'intérieur du cylindre vers l'atmosphère libre.
- Le piston, repartant vers la position cd, aspire un nouveau volume V_C d'air ce qui permet d'abaisser la pression, dans le réservoir, à la pression p_2 .
- Au cours de son retour, le piston évacue ce volume V_C dans l'atmosphère, un nouveau cycle recommence.

Après n cycles consécutifs, la pression résiduelle dans le réservoir est p_n . On suppose que toutes ces opérations de pompage correspondent à des transformations adiabatiques réversibles.

L'air est assimilé à un gaz parfait, son coefficient adiabatique γ vaut 1,40 et sa masse molaire est $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

On rappelle la valeur de la constante R des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

V_R désigne le volume du réservoir, V_C celui du cylindre.

1° question : Calculer la masse d'air m_0 contenue initialement dans le réservoir.

2° question : Calculer la pression p_1 dans le réservoir après le premier cycle.

3° question : Calculer la pression p_2 , dans le réservoir, après le deuxième cycle, en fonction de p_0 , V_R , V_C et γ .

4° question : Montrer qu'après le $n^{\text{ième}}$ cycle, la pression p_n de l'air dans le réservoir s'exprime par:

$$p_n = p_0 \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{n\gamma}$$

5° question : Calculer la température T_1 (exprimée en Kelvin) dans le réservoir après le premier cycle, puis la température T_2 (en Kelvin) après le second cycle.

Montrer qu'après le $n^{\text{ième}}$ cycle, la température T_n s'exprime par :

$$T_n = T_0 \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{n(\gamma-1)}$$

6° question : Déterminer le nombre de cycles nécessaires pour obtenir la pression finale $p_f = 10^4$ Pa et la température correspondante T_f .