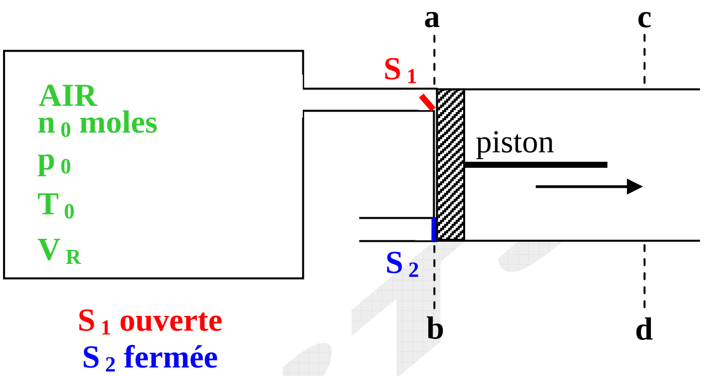
Corrigé de l'épreuve de physique du BTS 92

1° question :

L'air suit la relation des gaz parfaits : $m_0 \frac{R}{M} T_0 = p_0 V_R$ On en déduit : $m_0 = \dfrac{p_0 V_R M}{R T_0}$

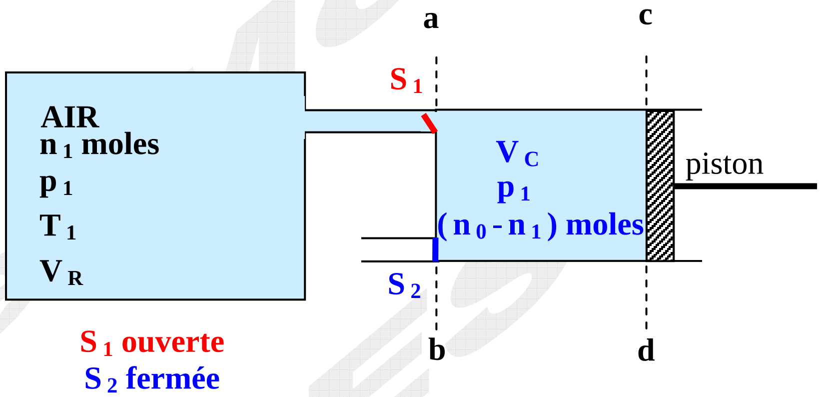
A.N. : $m_0 = 240$ g

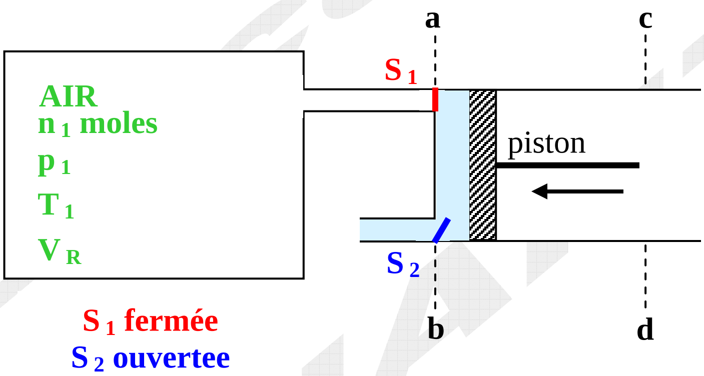
2° question : Le premier cycle est schématisé ci-dessous :



Début de l'aspiration

Fin de l'aspiration





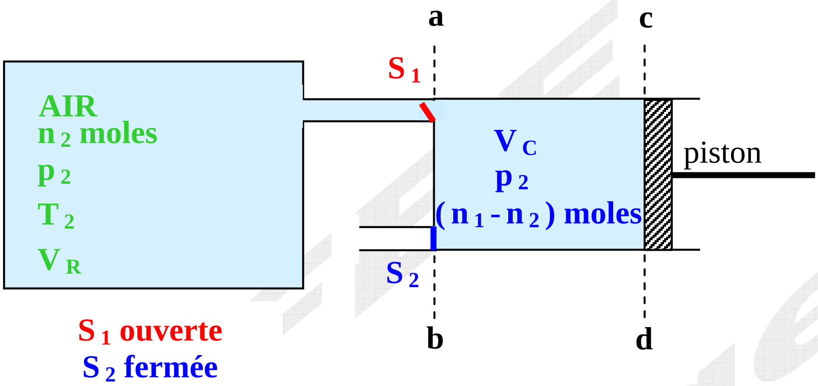
En fin de refoulement

Quand le piston est en fin de course, en position cd, les n_0 moles occupent, à la pression p_1, le volume $V_R + V_C$ (on néglige le volume de la conduite située entre le piston et le réservoir devant les autres volumes).

L'évolution des n_0 moles d'air étant adiabatique et réversible, on a : $p_0 V_R^{\gamma} = p_1 (V_R + V_C)^{\gamma}$

On en déduit : $p_1 = p_0 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{\gamma}$ A.N. : $p_1 = 999{,}6$ hPa

Fin de la seconde aspiration



3° question :

Un raisonnement identique au précédent, s'appuyant sur le schéma ci-dessus, nous permet d'écrire : $p_2 = p_1 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{\gamma}$.

Compte tenu de l'expression de la pression p_1, on écrit en définitive : $p_2 = p_0 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{2\gamma}$

A.N. : $p_2 = 999{,}3$ hPa

4° question : On montre aisément qu'après le troisième cycle, la pression p_3, dans le réservoir, s'écrit : $p_3 = p_2 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{\gamma}$ soit : $p_3 = p_0 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{3\gamma}$

Après le n ième cycle, la pression, dans le réservoir, s'écrit : $p_n = p_0 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{n\gamma}$

5° question :

- Premier cycle :

L'évolution des n_0 moles d'air étant adiabatique et réversible, on a : $T_0\, V_R^{\,\gamma - 1} = T_1\, (V_R + V_C)^{\gamma - 1}$.

On en déduit : $T_1 = T_0 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{\gamma - 1}$. A.N. : $T_1 = 289{,}97$ K

- Deuxième cycle :

L'évolution des n_1 moles d'air étant adiabatique et réversible, on a : $T_1\, V_R^{\,\gamma - 1} = T_2\, (V_R + V_C)^{\gamma - 1}$.

On en déduit : $T_2 = T_0 \left(\dfrac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{2(\gamma - 1)}$ A.N. : $T_2 = 289{,}94$ K

- n ième cycle :

$$T_n = T_0 \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{n(\gamma - 1)}$$

6° question :

- Soit N le nombre de cycles nécessaires pour que la pression atteigne la valeur p_f.

$$p_f = p_0 \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{N\gamma} \quad \text{soit :} \quad \frac{p_f}{p_0} = \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{N\gamma}$$

Prenons le logarithme de chaque membre de l'égalité précédente :

$$\log \frac{p_f}{p_0} = \log \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{N\gamma} = N\,\gamma \log \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)$$

On obtient, alors :

$$N = \frac{\log \frac{p_f}{p_0}}{\gamma \log \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)}$$

A.N. : N ≅ 6580 cycles

- La température T_f s'écrit : $T_f = T_0 \left(\frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{N(\gamma - 1)}$

A.N. : $T_f \cong 150$ K