# Corrigé de l'épreuve de physique du BTS 2000

**1° question :**

a) La chaleur reçue par la masse d'eau froide (volume $V' = \frac{2\,V}{3}$) s'écrit : $q_{fr} = \rho \frac{2\,V}{3} c\,(\theta_m - \theta_e)$

La chaleur « reçue » par l'eau chaude qui reste dans le ballon s'écrit : $q_{ch} = \rho \frac{V}{3} c\,(\theta_m - \theta_r)$.

Le ballon est parfaitement calorifugé de sorte que l'eau contenue dans le ballon n'échange aucune chaleur avec l'extérieur.

On a donc : $q_{fr} + q_{ch} = 0$ soit $\rho \frac{2\,V}{3} c\,(\theta_m - \theta_e) + \rho \frac{V}{3} c\,(\theta_m - \theta_r) = 0$

On obtient, alors : $2\,(\theta_m - \theta_e) + (\theta_m - \theta_r) = 0$ soit : $\theta_m = \frac{2\,\theta_e + \theta_r}{3}$ A.N. : $\theta_m = 30\,°C$

Cette température représente celle de l'eau du ballon avant chauffage lorsque l'eau froide vient juste d'être ajoutée !

b) Soit Q l'énergie nécessaire pour amener l'eau du ballon de la température $\theta_m$ à la température $\theta_r$.

$Q = V\,\rho\,c\,(\theta_r - \theta_m)$ A.N. : $Q = 50$ MJ

**Remarque** : Cette chaleur représente aussi l'énergie nécessaire pour amener l'eau **froide** de la température $\theta_e$ à la température $\theta_r$ !

c) Si l'eau est chauffée en $\Delta t = 3\,h = 3 \times 3600\,s$, la puissance minimale à fournir à l'eau s'écrit :

$P_{mini} = \frac{Q}{\Delta t}$ A.N. : $P_{mini} = 4{,}6\,kW$

**2° question** :

a) On peut s'appuyer sur les unités pour retrouver les dimensions des grandeurs.

Compte tenu des unités employées pour h, le produit $h\,S\,(\theta_r - \theta)$ a la dimension d'une puissance.

Le produit d'une puissance par un intervalle de temps nous donne une énergie ; le produit $h\,S\,(\theta_r - \theta)\,dt$ a donc bien la dimension d'une énergie comme $\delta Q_1$.

b) $\delta Q_2 = m\,c\,d\theta$.

**3° question** :

a) La puissance fournie par le chauffage est entièrement transférée à la masse m d'eau contenue dans le ballon (le ballon étant bien calorifugé, les pertes sont négligeables). Pendant l'intervalle de temps $dt$, le chauffage fournit une énergie $\delta Q_1$ qui sert à chauffer l'eau du ballon (masse m) de $d\theta$.

On a donc : $\delta Q_1 = \delta Q_2$ soit : $m\,c\,d\theta = h\,S\,(\theta_r - \theta)\,dt$ .

Cette expression s'écrit aussi : $\dfrac{m\,c}{h\,S}\dfrac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_r$

b) $\tau = \dfrac{m\,c}{h\,S}$

L'équation obtenue précédemment (au 3°) a)) est homogène : on en déduit que $\tau\dfrac{d\theta}{dt}$ a la dimension d'une température. On en déduit, par conséquent, que $\tau$ a la dimension d'un temps.

Calcul de $\tau$ : $\tau = \dfrac{300\ kg \times 4180\ J.kg^{-1}.K^{-1}}{3.10^3\ W.m^{-2}.K^{-1} \times 0{,}2\ m^2} = 2090\ s$ soit : $\tau = 35\ min$.

c) Pour vérifier que $\theta(t) = (\theta_m - \theta_r)\,e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_r$ est solution de l'équation différentielle, nous allons calculer le terme $\tau\dfrac{d\theta}{dt} + \theta$

**Rappels** : $\dfrac{d(A\,e^{bx})}{dx} = A\,b\,e^{bx}$ (si A et b sont constantes)

* $\dfrac{d\theta}{dt} = (\theta_m - \theta_r)(-\dfrac{1}{\tau})\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

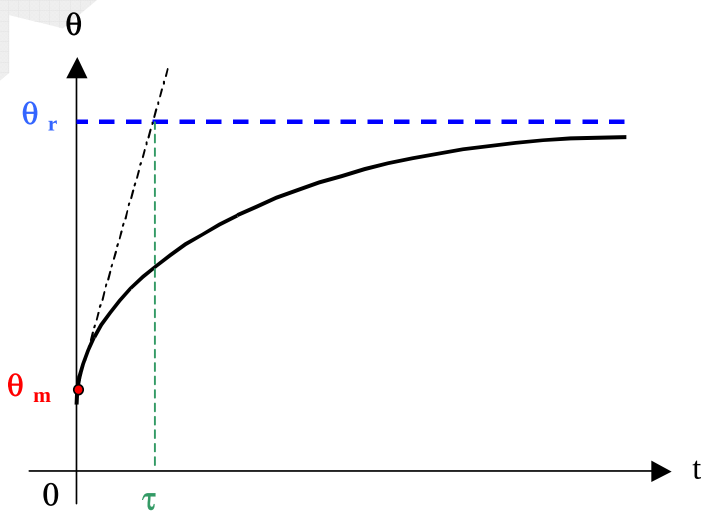
* $\tau\dfrac{d\theta}{dt} = (\theta_m - \theta_r)(-1)\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

* $\tau\dfrac{d\theta}{dt} + \theta = (\theta_m - \theta_r)(-1)\,e^{-\frac{t}{\tau}} + [(\theta_m - \theta_r)\,e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_r]$

soit, en développant cette dernière expression : $\tau\dfrac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_r$ .

*La solution proposée est donc bien solution de l'équation différentielle*.

Allure de $\theta(t)$ :



**4° question** :

a) Il faut calculer la valeur de la température à l'instant $t_o = 2\ \text{h}\ 30\ \text{min} = 150\ \text{min}$

$\theta(t_o) = (\theta_m - \theta_r)\, e^{-\frac{t_o}{\tau}} + \theta_r$ avec $\tau = 35\ \text{min}$ ($t_o$ et $\tau$ sont exprimés avec la même unité !)

A.N. : $\theta(t_o) = 69{,}5\ °\text{C}$

b) Soit P la puissance moyenne du chauffage.

L'eau reçoit une énergie $Q' = V\rho c(\theta_r - \theta(t_o))$ dans l'intervalle de temps $t_o = 2\ \text{h}\ 30\ \text{min}$

On a donc : $P = \frac{Q'}{t_o}$ A.N. : $Q' = 49\ \text{MJ}$ et A.N. : $P = 5{,}5\ \text{kW}$