

Épreuve de physique du BTS 2000

On souhaite étudier l'évolution de la température de l'eau d'un ballon d'eau chaude, de volume $V = 300 \text{ L}$, pendant les heures creuses de l'après-midi de 14h à 17h.

Avant 14h, une famille utilise en moyenne $V' = 200 \text{ L}$ d'eau chaude issue du ballon. L'eau utilisée est alors remplacée par de l'eau froide à la température θ_e .

On suppose le ballon parfaitement calorifugé et l'eau chauffée par une résistance dont la température θ_r est uniforme.

On donne :

- Coefficient d'échange convectif : $h = 3 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- Surface de l'échange convectif : $S = 2\,000 \text{ cm}^2$
- Capacité thermique massique de l'eau : $c = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Température de l'eau froide : $\theta_e = 10 \text{ }^\circ\text{C}$
- Température de l'eau chaude : $\theta_r = 70 \text{ }^\circ\text{C}$
- Masse volumique de l'eau : $1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

1° question : a) On suppose qu'à 14h la température de l'eau est uniforme. Montrer qu'elle vaut $\theta_m = 30 \text{ }^\circ\text{C}$.

b) En déduire l'énergie nécessaire pour amener l'eau du ballon à la température θ_r .

c) Calculer la puissance minimale P_{mini} du chauffage pour que l'eau soit chaude à 17h.

2° question : L'échange de chaleur entre la résistance et l'eau se fait uniquement par convection entre l'eau et la résistance de température θ_r . La quantité de chaleur δQ_1 fournie par le chauffage pendant une durée dt est liée à la température θ de l'eau par la relation : $\delta Q_1 = h S (\theta_r - \theta) dt$. Vérifier que cette relation respecte l'équation aux dimensions.

b) Donner l'expression littérale de la quantité de chaleur δQ_2 nécessaire pour faire passer une masse d'eau m de θ à $\theta + d\theta$.

3° question : a) En faisant un bilan d'énergie, montrer que l'équation régissant l'évolution de la température dans le ballon s'écrit : $\tau \frac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_r$ avec $\tau = \frac{m c}{h S}$

b) Montrer que l'unité de τ est la seconde et calculer sa valeur.

c) Vérifier que $\theta(t) = (\theta_m - \theta_r) e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_r$ est solution de l'équation différentielle où θ_m est la température de l'eau à 14h. Donner l'allure de $\theta(t)$.

4° question : a) Calculer la température de l'eau après 2h30 de chauffage. Que peut-on en conclure ?

b) En déduire la puissance moyenne du chauffage.