Corrigé de l'épreuve de thermodynamique du BTS 2003

1° question :

La relation de Mayer s'écrit : $r_{air} = c_p - c_v$.

D'autre part, on a : $\dfrac{c_p}{c_v} = \gamma$

On en déduit : $c_v = \dfrac{c_p}{\gamma}$ puis : $\boxed{r_{air} = c_p \dfrac{\gamma - 1}{\gamma}}$ $\boxed{r_{air} \cong 286\ J.kg^{-1}.K^{-1}}$

2° question : La compression $A \rightarrow B$ du gaz parfait est **adiabatique et réversible** ; on peut, alors, écrire : $p_A^{1-\gamma}\, T_1^{\gamma} = p_B^{1-\gamma}\, T_B^{\gamma}$

On en déduit, successivement : $\left(\dfrac{T_B}{T_1}\right)^{\gamma} = \left(\dfrac{p_A}{p_B}\right)^{1-\gamma}$ puis : $\left(\dfrac{T_B}{T_1}\right) = \left(\dfrac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

On obtient, enfin : $\boxed{T_B = T_1 \left(\dfrac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$ $\boxed{A.N. : T_B \cong 327\ K}$

3° question : La détente $C \rightarrow D$ du gaz parfait est **adiabatique et réversible** ; on peut, alors, écrire : $p_C^{1-\gamma}\, T_C^{\gamma} = p_D^{1-\gamma}\, T_D^{\gamma}$

L'évolution $B \rightarrow C$ est isobare de sorte que : $p_C = p_B = 2{,}0\ bar$.

Dans la chambre froide, l'évolution $D \rightarrow A$ est isobare : $p_D = p_A = 1{,}0\ bar$

La température de l'air, en C, est celle de la chambre « chaude » : $T_C = T_2 = 293\ K$

On a donc : $p_B^{1-\gamma}\, T_2^{\gamma} = p_A^{1-\gamma}\, T_D^{\gamma}$ soit : $\boxed{T_D = T_2 \left(\dfrac{p_B}{p_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$ $\boxed{A.N. : T_D \cong 240\ K}$

4° question :

Puisque les transformations $A \rightarrow B$ et $C \rightarrow D$ sont adiabatiques ($q_{AB} = 0$ et $q_{CD} = 0$), on a :

$$q_{cycle} = q_{BC} + q_{DA}.$$

Les transformations $B \rightarrow C$ et $D \rightarrow A$ sont, elles, <u>isobares</u>. Les chaleurs reçues s'identifient aux variations d'enthalpie.

- La chaleur massique reçue, par cycle, par l'air, entre B et C s'écrit :

$\boxed{q_{BC} = c_p (T_2 - T_B)}$ $\boxed{A.N. : q_{BC} \cong -34\ kJ.kg^{-1}}$

Remarque : La chaleur « reçue » par l'air est négative ; l'air cède de la chaleur à la source chaude.

- La chaleur massique reçue, par cycle, par l'air, entre D et A s'écrit :

$$q_{DA} = c_p (T_1 - T_D)$$ A.N. : $q_{DA} \cong +28\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$

Remarque : La chaleur reçue par l'air est positive ; l'air prend de la chaleur à la source froide ; c'est la chaleur « utile » …….

- La chaleur massique reçue, pour un cycle, par l'air, vaut :

$$q_{cycle} = c_p (T_2 - T_B + T_1 - T_D)$$ A.N. : $q_{cycle} \cong -6\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$

- L'application du Premier Principe donne : $q_{cycle} + w_{cycle} = (\Delta u)_{cycle}$

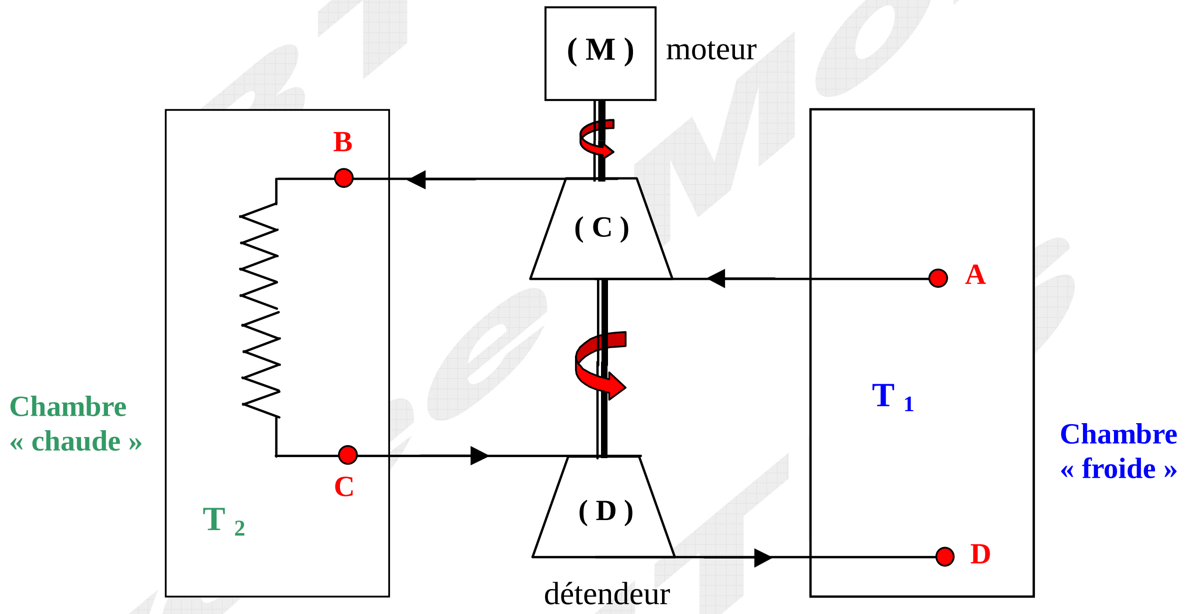
(u représente l'énergie interne massique de l'air).

L'énergie interne est une fonction d'état de sorte que l'on a : $(\Delta u)_{cycle} = 0 = q_{cycle} + w_{cycle}$

On en déduit :

$$w_{cycle} = -q_{cycle}$$ A.N. : $w_{cycle} \cong +6\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$

Remarque : Ce travail est fourni, en fait, par un moteur électrique qui n'était pas représenté sur le schéma de l'installation.



5° question : La chaleur « utile » est constituée par la chaleur retirée à la chambre « froide » soit, pour un cycle et par kilogramme d'air :

$$q_{DA} = c_p (T_1 - T_D)$$

Le coefficient de performance e s'écrit, alors :

$$e = \frac{(T_1 - T_D)}{(T_D - T_1) + (T_B - T_2)}$$ A.N. : $e \cong 4{,}7$

6° question : Le débit massique cherché est noté d ; la puissance frigorifique P.

On a : $P = d \times q_{DA}$ d'où l'on tire : $d = \dfrac{P}{q_{DA}}$ A.N. : $d \cong 36\ \mathrm{g.s^{-1}}$

Remarque : Ce débit massique correspond à un débit volumique de l'ordre de $100\ \mathrm{m^3/h}$.