

THERMODYNAMIQUE (8 points)

Fonctionnement d'un moteur de type turbine à gaz à combustion externe

Les questions sont largement indépendantes.

Dans une machine thermique, un gaz, assimilé à un gaz parfait, décrit le cycle des transformations suivantes :

- ◆ initialement à l'état 1, à la pression p_1 et à la température T_1 , il traverse un compresseur dans lequel il subit une évolution adiabatique réversible jusqu'à l'état 2 où sa pression est p_2 et sa température T_2 ;
- ◆ il se trouve alors en contact avec une source chaude et se réchauffe, de façon isobare, jusqu'à la température T_3 où il est à l'état 3 ;
- ◆ il pénètre ensuite dans la turbine où il se détend de manière adiabatique réversible, jusqu'à la pression p_4 . Il est alors à l'état 4 ; sa température est T_4 ;
- ◆ il achève de se refroidir, d'une façon isobare, au contact d'une source froide et se retrouve dans l'état 1.

1° question :

- a) Quelle est la relation entre p_2 et p_3 ?
- b) Tracer sur la copie l'allure du cycle décrit par le gaz dans un diagramme de Clapeyron, $p = f(V)$.
- c) Indiquer, sur le diagramme précédent, les points 1, 2, 3 et 4 représentatifs des états du gaz.

2° question : Lors d'une évolution adiabatique réversible, le gaz parfait obéit à la loi : $p \times V^\gamma = \text{constante}$ avec

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ où :}$$

C_p : capacité thermique molaire, à pression constante ;

C_v : capacité thermique molaire, à volume constant.

- a) Démontrer que cette loi peut s'écrire : $p^{1-\gamma} \times T^\gamma = \text{constante}$.
- b) En déduire l'expression :
 - de la température T_2 en fonction de p_1 , p_2 , T_1 , et de γ ;
 - de la température T_4 en fonction de p_1 , p_2 , T_3 et de γ .

3° question : Pour $n = 1$ mol de gaz, exprimer en fonction de C_p et des températures adéquates :

- a) Q_C , l'énergie échangée sous forme de chaleur avec la source chaude,
- b) Q_F , l'énergie échangée sous forme de chaleur avec la source froide.

4° question : En utilisant le premier principe, donner l'expression W_{cycle} de l'énergie échangée sous forme de travail mécanique par une mole de gaz avec l'extérieur au cours du cycle, en fonction de C_p , T_1 , T_2 , T_3 et T_4 .

5° question : Le rapport $\tau = \frac{p_2}{p_1}$ est généralement imposé par les limites de la résistance mécanique du compresseur.

Le rendement théorique, η de cette machine s'écrit en fonction de τ et de γ : $\eta = 1 - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

- a) Calculer le rendement pour les trois gaz figurant dans le tableau ci-dessous en prenant $\tau = 4,0$.
- b) Avec lequel obtient-on le meilleur rendement ?

Gaz	Valeur de γ
argon	1,67
air	1,40
dioxyde de carbone	1,31

6° question : Calculer les valeurs des températures T_2 , T_4 pour le gaz qui donne le meilleur rendement en utilisant les données suivantes : $\tau = 4,0$; $p_1 = 1,0 \times 10^5$ Pa ; $T_1 = 300$ K ; $T_3 = 900$ K .