BTS FEE 2014

Apport calorifique des eaux usées

En moyenne, la température des eaux usées (provenant des douches, du lave-vaisselle, du lave-linge...) avoisine les $30\,°C$. A l'aide d'une pompe à chaleur (PAC), il est possible de récupérer l'énergie thermique de ces eaux usées pour alimenter la production d'eau chaude sanitaire.

L'étude porte sur le cas d'un restaurant d'entreprise équipé d'une « PAC eau / eau », fonctionnant avec le fluide $R134a$, qui fournit une puissance de $50\,kW$ au réseau d'eau chaude sanitaire.

Le $R134a$ est un HFC de formule brute $C_2H_2F_4$ et de masse molaire $M = 102\,g.mol^{-1}$.

On admet, pour l'exercice, qu'il se comporte, à l'état gazeux, comme un gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}14$ (où c_p et c_v sont les capacités calorifiques massiques de l'air à pression constante et à volume constant).

On donne la constante molaire : $R = 8{,}314\,J.mol^{-1}.K^{-1}$.

A - Étude du fluide

1. $\boxed{r = \frac{R}{M}}$ avec : $M = 102 \times 10^{-3}\,kg.mol^{-1}$ A.N.: $r \cong 81{,}5\,J.kg^{-1}.K^{-1}$

2. La relation de Mayer : $r = c_p - c_v$ s'écrit aussi : $r = c_p - \frac{c_p}{\gamma}$ en remplaçant c_v par $\frac{c_p}{\gamma}$.

On en déduit, successivement :

$r = c_p\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$ puis : $r = c_p\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)$ et, enfin : $\boxed{c_p = \frac{\gamma\, r}{\gamma - 1}}$ A.N.: $c_p \cong 663{,}7\,J.kg^{-1}.K^{-1}$

B - Étude énergétique

On simplifie l'étude du fonctionnement de la pompe à chaleur en proposant le cycle théorique suivant pour le $R134a$:

- de A à B : compression adiabatique réversible ;
- de B à C : transformation isobare dans le condenseur jusqu'à liquéfaction totale ;
- de C à D : détente isenthalpique ;
- de D à A : passage dans l'évaporateur où le liquide restant se transforme en vapeur saturée.

Données

▶ en A : le fluide est à l'état de vapeur saturée à une pression $p_A = 4{,}0\ \text{bar}$ et une enthalpie massique $h_A = 401\ \text{kJ.kg}^{-1}$;

▶ en B : le fluide est à l'état de vapeur avec $p_B = 13{,}2\ \text{bar}$, $\theta_B = 53\,°\text{C}$ et $h_B = 430\ \text{kJ.kg}^{-1}$;

▶ en C : le fluide est à l'état de liquide saturé avec $\theta_C = 50\,°\text{C}$ et $h_C = 271\ \text{kJ.kg}^{-1}$;

▶ en D : le fluide est dans un état diphasé liquide et vapeur, avec $p_C = 4{,}0\ \text{bar}$.

1. Tracer, sur le diagramme enthalpique (document-réponse à rendre avec la copie) le cycle suivi par le $R134a$, en précisant les quatre points A, B, C et D correspondant et en précisant le sens de parcours.

▶ Le point A se trouve sur la courbe de saturation (courbe de rosée) et sur l'isobare $p_A = 4{,}0\ \text{bar}$.

▶ Le point C se trouve sur la courbe de saturation (courbe de vaporisation) et sur l'isobare $p_B = 13{,}2\ \text{bar}$ qui serepère aisément grâce à la température en C soit : $\theta_C = 50\,°\text{C}$.

▶ Le point B est sur la même horizontale (isobare) que C et sur l'isenthalpe $h_B = 430\ \text{kJ.kg}^{-1}$; on vérifie que B est sur l'isentrope passant par A (interpolation possible) et sur l'isotherme de température $\theta_B = 53\,°\text{C}$ (qui n'apparaît pas mais que l'on peut interpoler).

▶ Le point D se trouve à la verticale du point C (même isenthalpe) et à l'horizontale du point A (même isobare).

2. On estime le titre massique en vapeur x au point D à 30 %.

On a : $\boxed{x \cong \dfrac{\overline{ED}}{\overline{EA}} \cong \dfrac{h_D - h_E}{h_A - h_E}}$ avec : $\boxed{h_E \cong 212\ \text{kJ.kg}^{-1}}$ $\boxed{\text{A.N.} : x \cong 30\,\%}$

3. La vapeur de fluide est considérée au cours de la compression comme un gaz parfait. Pour une compression adiabatique réversible d'un gaz parfait, on a : $\boxed{T_A^{\gamma}\, p_A^{1-\gamma} = T_B^{\gamma}\, p_B^{1-\gamma}}$ avec : $\boxed{T_B = 326\ \text{K}}$

On en déduit, successivement : $\boxed{T_A^{\gamma} = T_B^{\gamma}\left(\dfrac{p_B}{p_A}\right)^{1-\gamma}}$ puis : $\boxed{T_A = T_B\left(\dfrac{p_B}{p_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$ $\boxed{\text{A.N.} : T_A \cong 281{,}5\ \text{K}}$

4.

a) Pour une évolution finie $1 \to 2$ d'un système thermodynamique, on peut écrire : $\boxed{\Delta h_{12} = q_{12} + w_{Tr12}}$

w_{Tr12} : Travail massique « de transvasement » reçu par le système ; c'est le travail massique reçu par le système de la part des *parties mobiles de la machine* qu'il traverse au cours de son évolution $1 \to 2$.

q_{12} : chaleur massique reçu par le système thermodynamique au cours de son évolution $1 \to 2$.

Δh_{12} : variation d'enthalpie massique du système thermodynamique au cours de son évolution $1 \to 2$ (l'enthalpie est une fonction d'état : $\Delta h_{12} = h_2 - h_1$.

b) Pour l'évolution adiabatique considérée, on a : $q_{AB} = 0$ de sorte que l'énoncé précédent se traduit par :

$\boxed{w_{TrAB} = h_B - h_A}$

Le système (1 kg de fluide $R134a$) est assimilé à un gaz parfait pour lequel, on peut écrire : $\boxed{h_B - h_A = c_p\,(T_B - T_A)}$; on a donc : $\boxed{w_{TrAB} = c_p\,(T_B - T_A)}$

c) *Application numérique* : $\text{A.N.}: w_{TrAB} \cong 29{,}5 \text{ kJ.kg}^{-1}$

d) On a aussi : $\boxed{w_{TrAB} = h_B - h_A}$ (l'enthalpie est une fonction d'état) $\text{A.N.}: w_{TrAB} \cong 29 \text{ kJ.kg}^{-1}$

5. La puissance P_{comp} que doit fournir le compresseur au fluide lors de la compression AB s'écrit :

$$\boxed{P_{comp} = D_m \times w_{TrAB}} \qquad \text{A.N.}: P_{comp} \cong 9{,}4 \text{ kW}$$

6.

a) L'évolution BC est isobare ; dans ce cas, on a : $\boxed{q_{BC} = h_C - h_B}$ $\text{A.N.}: q_{BC} \cong -159 \text{ kJ.kg}^{-1}$

Le calcul est *fait du point de vue du fluide* ; ici, le signe de q_{BC} indique que le fluide cède de la chaleur à l'extérieur.

b) La puissance thermique, P_{cond}, fournie par la pompe à chaleur au niveau du condenseur s'écrit :

$$\boxed{P_{cond} = D_m \times (-q_{BC})} \qquad \text{A.N.}: P_{cond} \cong 50{,}9 \text{ kW}$$

7. Le COP s'écrit : $\boxed{COP = \frac{P_{cond}}{P_{comp}}}$ $\text{A.N.}: COP \cong 5{,}4$

Document-réponse