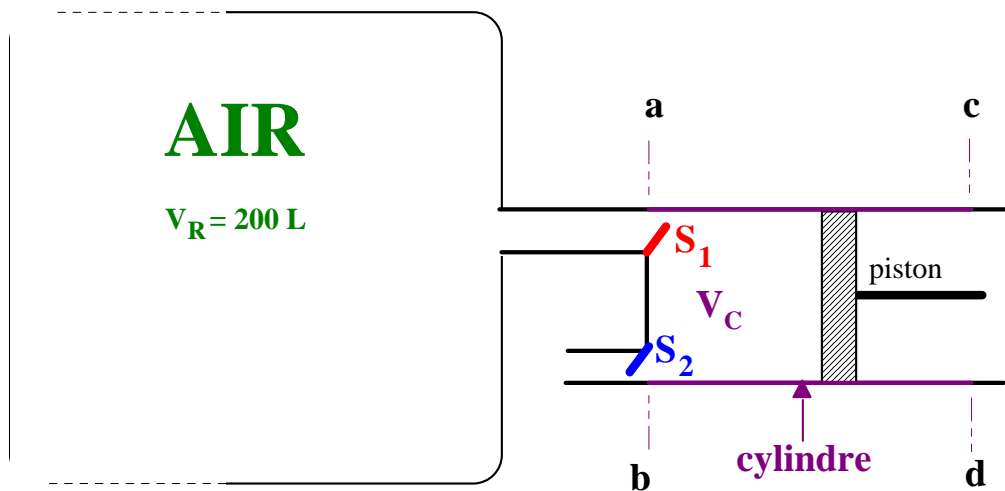


## Épreuve de physique du BTS 92

On désire abaisser la pression dans un réservoir indéformable, de volume  $V_R = 200 \text{ L}$ , rempli d'air à la pression  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$  et à la température  $t_0 = 17 \text{ °C}$  jusqu'à la pression finale  $p_f = 10^4 \text{ Pa}$ .

Pour cela, on utilise un piston étanche qui se déplace en translation, sans frottement, dans un cylindre muni de deux soupapes  $S_1$  et  $S_2$  (voir le schéma ci-dessous).



Le principe de fonctionnement est le suivant :

- Le piston étant dans la position ab, la soupape  $S_1$  est ouverte et la soupape  $S_2$  fermée.
- Le piston est ensuite entraîné jusqu'à la position cd et il y a aspiration d'un volume  $V_C$  d'air égal à  $50 \text{ cm}^3$  ce qui permet d'abaisser la pression dans le réservoir à la valeur  $p_1$ .
- Dès que le piston revient vers la position ab, la soupape  $S_2$  s'ouvre et la soupape  $S_1$  se ferme, ce qui permet d'évacuer l'air emprisonné à l'intérieur du cylindre vers l'atmosphère libre.
- Le piston, repartant vers la position cd, aspire un nouveau volume  $V_C$  d'air ce qui permet d'abaisser la pression, dans le réservoir, à la pression  $p_2$ .
- Au cours de son retour, le piston évacue ce volume  $V_C$  dans l'atmosphère, un nouveau cycle recommence.

Après  $n$  cycles consécutifs, la pression résiduelle dans le réservoir est  $p_n$ . On suppose que toutes ces opérations de pompage correspondent à des transformations adiabatiques réversibles.

L'air est assimilé à un gaz parfait, son coefficient adiabatique  $\gamma$  vaut 1,40 et sa masse molaire est  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

On rappelle la valeur de la constante  $R$  des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

$V_R$  désigne le volume du réservoir,  $V_C$  celui du cylindre.

**1° question** : Calculer la masse d'air  $m_0$  contenue initialement dans le réservoir.

**2° question** : Calculer la pression  $p_1$  dans le réservoir après le premier cycle.

**3° question** : Calculer la pression  $p_2$ , dans le réservoir, après le deuxième cycle, en fonction de  $p_0$ ,  $V_R$ ,  $V_C$  et  $\gamma$ .

**4° question** : Montrer qu'après le  $n^{\text{ième}}$  cycle, la pression  $p_n$  de l'air dans le réservoir s'exprime par:

$$p_n = p_0 \left( \frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{n\gamma}$$

**5° question** : Calculer la température  $T_1$  (exprimée en Kelvin) dans le réservoir après le premier cycle, puis la température  $T_2$  (en Kelvin) après le second cycle.

Montrer qu'après le  $n^{\text{ième}}$  cycle, la température  $T_n$  s'exprime par :

$$T_n = T_0 \left( \frac{V_R}{V_R + V_C} \right)^{n(\gamma-1)}$$

**6° question** : Déterminer le nombre de cycles nécessaires pour obtenir la pression finale  $p_f = 10^4$  Pa et la température correspondante  $T_f$ .