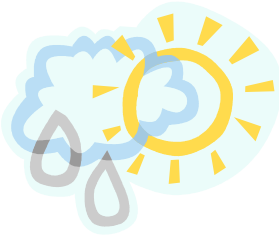


Établissement d'un diagramme psychrométrique

A – Introduction :



L'air qui nous entoure renferme toujours une proportion d'eau sous forme de vapeur ; on qualifie cet air « d'air humide » par opposition au cas (idéal) d'un « air sec » qui ne renfermerait pas de vapeur d'eau.

L'air humide renferme une quantité de vapeur d'eau variable mais limitée ; lorsque cette quantité est maximale, on parle « d'air saturé ». La quantité maximale d'eau que peut renfermer un air « saturé » dépend des conditions de température et de pression dans lesquelles il se trouve.

Toutes les variétés d'air humide se situent entre le cas idéal d'un air parfaitement sec et un air saturé.

- On considère l'air humide comme un mélange de deux gaz parfaits (*):
 - L'air sec (indice **as**)
 - La vapeur d'eau (indice **v**)
 - Pour le mélange, considéré comme un gaz parfait, on utilise l'indice **m**.
- Les grandeurs seront, fréquemment, rapportées à l'unité de masse d'air sec ; on parle, alors, de grandeurs *spécifiques*.

(*) Cette hypothèse permet de simplifier les calculs et de comprendre la construction d'un diagramme psychrométrique réel.

B – Notations et calculs de base :



Pressions partielles

La pression p_m du mélange est égale à la somme des pressions partielles des deux constituants.

On écrit : $p_m = p_v + p_{as}$

avec :

$$p_m V = m \frac{R T}{M_m}$$

$$p_{as} V = m_{as} \frac{R T}{M_{as}}$$

$$p_v V = m_v \frac{R T}{M_v}$$

Le volume V d'air humide considéré est quelconque. Dans ce volume V , on a une masse m d'air humide.

La température est quelconque : $T(K) = 273 + \theta(^{\circ}C)$

Les masses molaires des deux constituants valent respectivement :

- Masse molaire de l'air sec : $M_{as} \cong 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'eau : $M_v \cong 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Remarque : Le diagramme psychrométrique est établi à la pression atmosphérique normale : $p_m \cong 1013 \text{ hPa}$.



Pression de vapeur saturante et degré hygrométrique :

Dans l'air saturé, à la température θ , la pression partielle de la vapeur d'eau est égale à la pression de vapeur saturante de l'eau, à cette température. On note $p_{\text{sat}}(\theta)$.

Dans un air humide, à la même température θ , la pression partielle de la vapeur d'eau est $p_v \leq p_{\text{sat}}$.

On pose : $e = \frac{p_v(\theta)}{p_{\text{sat}}(\theta)}$ e : humidité relative (ou degré hygrométrique)

Remarque : e est une grandeur sans dimension que l'on exprime souvent en %.

Un volume V quelconque d'air humide, à la pression p_m et à la température θ , contient une masse m_v de vapeur d'eau. Si l'air était saturé, dans les mêmes conditions de température et de pression, il contiendrait une masse m_{sat} de vapeur d'eau.

On aurait, bien entendu : $m_{\text{sat}} = \frac{p_{\text{sat}} V}{R T} M_v$ et $m_v = \frac{p_v V}{R T} M_v$

Dans ces conditions, le degré hygrométrique s'écrit aussi : $e = \frac{m_v(\theta)}{m_{\text{sat}}(\theta)}$

Remarque :

- L'air parfaitement sec est au degré hygrométrique $e = 0$
- L'air saturé est au degré hygrométrique $e = 1$ (ou 100 %).
- Un air humide a , en général, un degré hygrométrique compris entre 0 et 1 (ou entre 0 % et 100 %).



Humidité absolue :

On appelle *humidité absolue* d'un air humide, le rapport entre la masse m_v de vapeur d'eau et la masse m_{as} d'air sec contenues dans un volume quelconque V d'air humide.

$$x = \frac{m_v}{m_{\text{as}}}$$

Cette humidité absolue s'exprime en kilogramme d'eau par kilogramme d'air sec.

Remarque : Comme x est faible, on l'exprime souvent, aussi, en gramme d'eau par kilogramme d'air sec... mais attention aux calculs !

- **Relation entre x et la pression partielle de vapeur d'eau :**

$$p_v V = m_v \frac{R T}{M_v} \quad \text{et} \quad p_{\text{as}} V = m_{\text{as}} \frac{R T}{M_{\text{as}}} \quad \text{avec} \quad p_{\text{as}} = p_m - p_v$$

On en déduit : $x = \frac{m_v}{m_{\text{as}}} = \frac{p_v V M_v}{R T} \frac{R T}{(p_m - p_v) V M_{\text{as}}}$ soit : $x = d \frac{p_v}{(p_m - p_v)}$ relation (a)

$d = \frac{M_v}{M_{\text{as}}}$ représente la densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air (celle-ci est indépendante de la pression et de la température).

- **Relation entre e et x :**

Dans un air saturé, l'humidité absolue prend la valeur x_{sat} : $x_{\text{sat}} = d \frac{p_{\text{sat}}}{(p_m - p_{\text{sat}})}$ relation (b)

Éliminons la pression p_m entre les deux relations (a) et (b) ; on obtient : $e = \frac{x}{d+x} \times \frac{d+x_{\text{sat}}}{x_{\text{sat}}}$ (c)

- **Tracé des courbes d'égale humidité relative dans un diagramme $x = f(\theta)$:**

Comme x est toujours faible devant d , on obtient la relation approchée suivante :

$$e \cong \frac{x}{x_{\text{sat}}} \quad \text{soit : } x \cong e x_{\text{sat}}$$

x_{sat} est une fonction croissante de la température θ ; les courbes d'égale humidité relative $e = Cte$ sont également des fonctions croissantes de la température θ .

Remarque 1 : L'écart entre deux courbes d'égale humidité reste pratiquement constant le long d'une isotherme. Pour une température θ donnée, x_{sat} est, en effet, une constante. On a, pour deux courbes d'égale humidité, l'écart $e_2 - e_1$ suivant :

$$e_1 = \frac{x_1}{x_{\text{sat}}} \quad \text{et} \quad e_2 = \frac{x_2}{x_{\text{sat}}} \quad \text{soit : } e_2 - e_1 = \frac{x_2 - x_1}{x_{\text{sat}}}$$

Remarque 2 : La courbe d'humidité relative $e = 100\%$ est la *courbe de saturation*. Cette courbe est asymptote à l'isotherme $\theta = 100^\circ\text{C}$ (*) puisque, à cette température la pression de vapeur saturante devient égale à la pression atmosphérique.

(*) pour un diagramme établi à la pression atmosphérique.



Volume spécifique :

Soit V un volume d'air humide ; il contient la masse m d'air humide qui se décompose ainsi :

- Une masse m_v de vapeur d'eau
- Une masse m_{as} d'air sec

La constante caractéristique r_m du mélange s'écrit : $r_m = \frac{m_v}{m} \frac{R}{M_v} + \frac{m_{\text{as}}}{m} \frac{R}{M_{\text{as}}}$

de sorte que V s'écrit : $V = m \frac{T}{p_m} r_m = m \frac{T}{p_m} \left(\frac{m_v}{m} \frac{R}{M_v} + \frac{m_{\text{as}}}{m} \frac{R}{M_{\text{as}}} \right)$

La simplification par m donne une expression plus simple : $V = \frac{R T}{p_m} \left(m_v \frac{1}{M_v} + m_{\text{as}} \frac{1}{M_{\text{as}}} \right)$

Le volume spécifique du mélange s'écrit, alors : $v_{\text{ms}} = \frac{V}{m_{\text{as}}} = \frac{R T}{p_m} \left(\frac{m_v}{m_{\text{as}}} \frac{1}{M_v} + \frac{1}{M_{\text{as}}} \right)$

et, en faisant intervenir l'humidité absolue x : $v_{\text{ms}} = \frac{R T}{p_m} \left(\frac{1}{M_v} x + \frac{1}{M_{\text{as}}} \right)$

On en déduit que, à pression fixée : $v_{ms} = \alpha x + \beta$ (α et β dépendent de la température θ)

$$\alpha = \frac{R(273 + \theta)}{p_m M_v} \quad \beta = \frac{R(273 + \theta)}{p_m M_{as}}$$

Dans un système d'axes $x = f(\theta)$, les isochores spécifiques constituent donc un réseau de droites qui coupent l'axe des abscisses ($x = 0$) en des points d'abscisse β .

Application numérique :

Soit $\theta_0 = 27^\circ\text{C}$ et $x = 0$. On obtient : $\beta(\theta_0) \cong 0,85 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

L'isochore spécifique $0,85 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ passe donc par l'abscisse $\theta_0 = 27^\circ\text{C}$.

Les couples (x, θ) pour lesquels, on a : $\alpha(\theta)x + \beta(\theta) \cong 0,85 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ sont tels que :

$$\frac{R(273 + \theta_0)}{p_m M_{as}} = \frac{R(273 + \theta)}{p_m M_v} x + \frac{R(273 + \theta)}{p_m M_{as}}$$

soit, en simplifiant et en introduisant la densité de la vapeur d'eau $d = \frac{M_v}{M_{as}}$:

$$\theta = \frac{d\theta_0 - 273x}{x + d}$$

Les couples de points cherchés sont donc, par exemple :

- ($x = 4 \times 10^{-3} \text{ kg d'eau par kg d'air sec}$; $\theta \cong 25^\circ\text{C}$)
- ($x = 10 \times 10^{-3} \text{ kg d'eau par kg d'air sec}$; $\theta \cong 22^\circ\text{C}$)
- etc ... on trace donc l'isochore spécifique sans difficulté.

Remarque : Ces droites sont pratiquement parallèles entre elles.

Soient deux isochores de volumes spécifiques v_1 et v_2 ; l'écart $\Delta v = v_1 - v_2$ entre ces deux droites pour un x donné s'obtient aisément en utilisant les expressions précédentes ; on a :

$$\Delta v = (\theta_1 - \theta_2) \frac{R}{p_m M_{as}} \left(1 + \frac{x}{d}\right)$$

L'écart entre deux isochores dépend donc de x . Cependant, $\frac{x}{d} \ll 1$ de sorte que les droites isochores sont quasiment parallèles entre elles.



Enthalpie spécifique :

- **Choix des origines des enthalpies :**

$$h_{as} = 0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ à } \theta = 0^\circ\text{C} \text{ et } h_{\text{eau liq}} = 0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ à } \theta = 0^\circ\text{C}$$

- **Enthalpie massique de l'air sec :**

Puisque l'air sec est considéré comme un gaz parfait, on peut écrire :

$$h_{as}(\theta) - h_{as}(0^\circ\text{C}) = \int_{0^\circ\text{C}}^{\theta} c_{p,as} d\theta \text{ (seconde loi de Joule)}$$

Si l'on admet que $c_{p,as}$ ne dépend pas de la température θ , on obtient : $h_{as}(\theta) = c_{p,as} \times \theta$

- **Enthalpie massique de la vapeur d'eau :**

Le même raisonnement peut être appliqué à la vapeur d'eau : $h_v(\theta) - h_v(0^\circ\text{C}) = c_{p,v} \times \theta$

$$\text{avec : } h_v(0^\circ\text{C}) - h_{\text{eau liq}}(0^\circ\text{C}) = L_{v,0} \text{ (à } 0^\circ\text{C)}$$

On en déduit : $h_v(\theta) = c_{p,v} \times \theta + L_{v,0}$

- **Enthalpie spécifique de l'air humide :**

Soit H l'enthalpie d'une masse m quelconque d'air humide.

L'enthalpie est une grandeur extensive de sorte que l'on écrit :

$$H = m_{\text{as}} [c_{p,\text{as}} \times \theta] + m_v [c_{p,v} \times \theta + L_{v,0}]$$

On en tire l'expression de l'enthalpie spécifique de l'air humide :

$$h_{s,m} = \frac{H_m}{m_{\text{as}}} = [c_{p,\text{as}} \times \theta] + x [c_{p,v} \times \theta + L_{v,0}]$$

Application numérique :

$$c_{p,\text{as}} \cong 1,006 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} ; \quad c_{p,v} \cong 1,826 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} ; \quad L_{v,0} \text{ (à } 0^\circ\text{C)} \cong 2500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

- **Tracé des isenthalpes spécifiques dans le diagramme $x = f(\theta)$:**

En tenant compte de la faiblesse de l'humidité absolue x , on peut écrire l'expression approchée :

$$h_{s,m} \cong [c_{p,\text{as}} \times \theta] + x L_{v,0}$$

Les isenthalpes $h_{s,m} = \text{Cte}$ sont des droites d'équation : $x \cong \frac{h_{s,m}}{L_{v,0}} - \frac{c_{p,\text{as}}}{L_{v,0}} \theta$

La pente de ces droites est pratiquement constante (on a supposé $c_{p,\text{as}}$ indépendante de la température θ). Ces isenthalpes coupent l'axe des abscisses en des points tels que : $\theta = \frac{h_{s,m}}{L_{v,0}}$.

On en déduit que l'on peut indifféremment graduer l'axe des abscisses en température ou en enthalpie spécifique !

Exemple : soit l'isenthalpe $h_{s,m} = h_0 = 27 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec.

Cette isenthalpe, pour $x=0$, passe par le point d'abscisse $\theta \cong 26,8^\circ\text{C}$.

Pour $x = 7 \times 10^{-3} \text{ kg}$ d'eau par kg d'air sec, on obtient : $\theta \cong 9,4^\circ\text{C}$.

Diagramme psychrométrique (simplifié)

$$x = f(\theta, h)$$

