

Quelques utilisations d'un diagramme psychrométrique



Les notations correspondent à celles employées dans la première partie (établissement d'un diagramme psychrométrique)

A – Température « sèche » et température « humide » :

L'air peut s'humidifier, à la température θ , jusqu'à ce que la pression partielle de vapeur d'eau atteigne p_{sat} ; cette pression partielle dépend de la température θ . L'humidification de l'air s'accompagne d'une variation de la température de l'air.

Remarque : Quand l'air est saturé, à une température donnée θ_R , on dit que l'on a atteint le « point de rosée » ; la température θ_R est la « température de rosée » de l'air.

1°) Psychromètre à deux thermomètres :

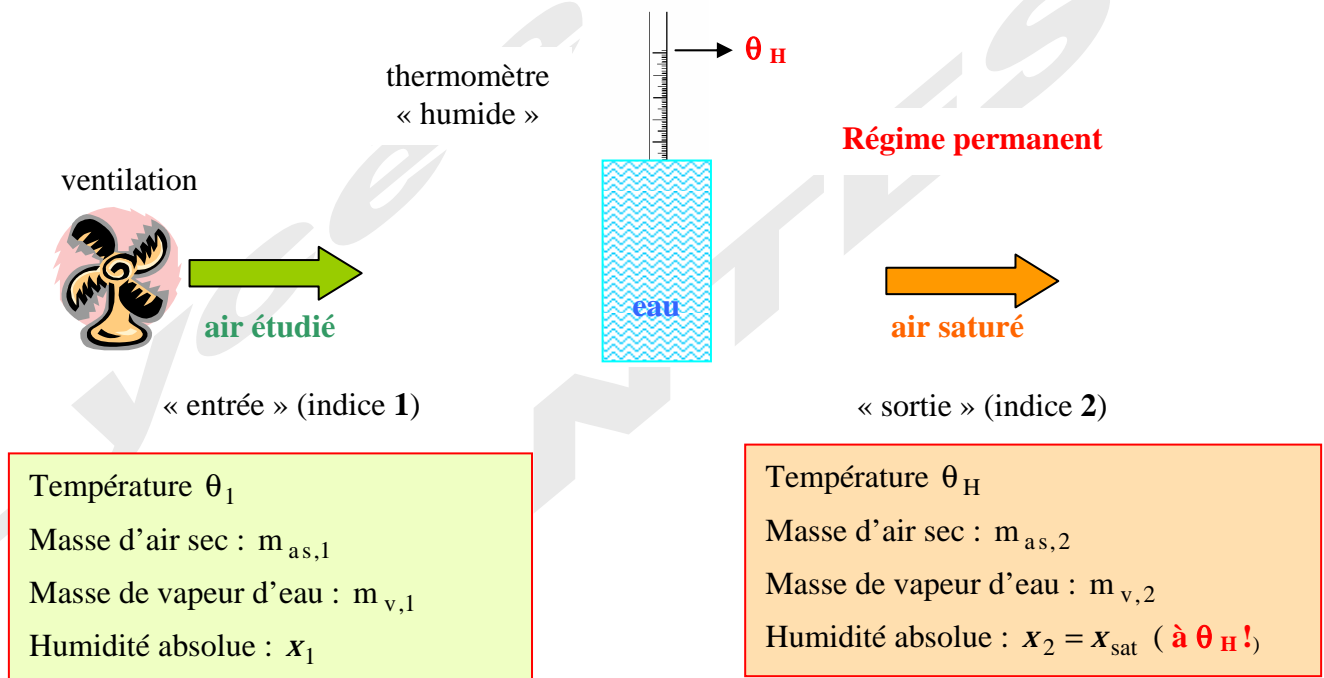
Le psychromètre comporte deux thermomètres :

- l'un a un réservoir maintenu au sec ; il indique la température réelle θ_1 de l'air humide considéré.
- l'autre a son réservoir constamment mouillé et au contact de l'air étudié ; la température qu'il indique est notée θ_H (température « Humide »).

La connaissance simultanée de ces deux températures permet de connaître l'état de l'air considéré.

2°) Relation entre les deux températures :

- Schématisons le problème.



- En régime permanent, la masse d'air sec qui arrive sur le thermomètre est la même que celle qui en part, **pendant un intervalle de temps Δt** :

$$m_{\text{as},1} = m_{\text{as},2}$$

- La masse d'eau absorbée, pendant l'intervalle de temps Δt , se retrouve dans l'air saturé, à la sortie :

$$m_{v,1} + m_{\text{eau}} = m_{v,2}$$

soit, en faisant intervenir les humidités

absolues : $x_1 m_{\text{as},1} + m_{\text{eau}} = x_{\text{sat}} m_{\text{as},2} = x_{\text{sat}} m_{\text{as},1}$

La masse d'eau liquide qui s'évapore et qui passe dans l'air saturé, pendant l'intervalle de temps Δt s'écrit, donc :

$$m_{\text{eau}} = (x_{\text{sat}} - x_1) m_{\text{as},1}$$

- On admet que l'air qui arrive sur le thermomètre n'échange de la chaleur qu'avec l'eau (phénomène adiabatique) de sorte qu'il y a conservation de l'enthalpie du système {eau évaporée+air arrivant sur le thermomètre mouillé}.

Remarque : L'évolution se produit à la pression atmosphérique !

- La masse d'air qui entre pendant l'intervalle de temps Δt a une enthalpie :

$$m_{\text{as},1} h_{s,1} = m_{\text{as},1} [(c_{p,a,s} + x_1 c_{p,v}) \theta_1 + x_1 L_{v,0}] \quad (\text{A})$$

Rappel :

- $L_{v,0}$: chaleur latente de vaporisation de l'eau, à 0°C
- $h_{s,i}$: enthalpie spécifique de l'air dans l'état i caractérisé par $x_i, \theta_i, e_i, \dots$
 - La masse d'eau liquide qui est absorbée par l'air, pendant l'intervalle de temps Δt , a une enthalpie massique :

$$h_{\text{liq}} = c_{p,\text{liq}} \times \theta_H$$

donc, l'enthalpie de l'eau absorbée par l'air s'écrit :

$$m_{\text{eau}} h_{\text{liq}} = (x_{\text{sat}} - x_1) m_{\text{as},1} \times c_{p,\text{liq}} \times \theta_H \quad (\text{B})$$

- L'enthalpie de l'air saturé (état 2) s'écrit :

$$m_{\text{as},1} h_{s,2} = m_{\text{as},1} [(c_{p,a,s} + x_{\text{sat}} c_{p,v}) \theta_H + x_{\text{sat}} L_{v,0}] \quad (\text{C})$$

- La conservation de l'enthalpie impose :

$$(c_{p,a,s} + x_1 c_{p,v}) \theta_1 + x_1 L_{v,0} + (x_{\text{sat}} - x_1) c_{p,\text{liq}} \theta_H = (c_{p,a,s} + x_{\text{sat}} c_{p,v}) \theta_H + x_{\text{sat}} L_{v,0}$$

ce qui nous permet de trouver l'écart $(\theta_1 - \theta_H)$:

$$\theta_1 - \theta_H = (x_1 - x_{\text{sat}}) \frac{(c_{p,\text{liq}} - c_{p,v}) \times \theta_H - L_{v,0}}{(c_{p,a,s} + x_1 c_{p,v})}$$

Remarque 1 : Au numérateur, le terme prépondérant est $-L_{v,0}$ (négatif). On a $(x_1 - x_{\text{sat}}) < 0$.

On en déduit que le terme $(\theta_1 - \theta_H)$ est positif.

$$\theta_1 > \theta_H$$

Remarque 2 : La connaissance des deux températures permet de connaître l'état de l'air étudié.

Certains fabricants fournissent, avec leur psychromètre, une relation qui permet de calculer rapidement l'humidité relative. Cette relation repose sur une « simplification » de l'expression précédente !

On ne garde que les termes prépondérants et on remplace les humidités absolues par leur expression en fonction des pressions.

$$\theta_1 - \theta_H \cong (x_1 - x_{\text{sat}}) \frac{-L_{v,0}}{(c_{p,as})}$$

car :

- $x_1 c_{p,v} \ll c_{p,as}$ compte tenu de la faiblesse de x_1
- $(c_{p,liq} - c_{p,v}) \theta_H \ll L_{v,0}$

$$\text{Avec : } x_1 = d \frac{p_{v,1}}{p_m - p_{v,1}} \cong d \frac{p_{v,1}}{p_m} \quad \text{et} \quad x_{\text{sat}} = d \frac{p_{\text{sat}}(\text{\`a } \theta_H)}{p_m - p_{\text{sat}}} \cong d \frac{p_{\text{sat}}(\text{\`a } \theta_H)}{p_m}$$

On obtient, alors une relation approchée du type : $p_{v,1} \cong p_{\text{sat}}(\text{\`a } \theta_H) - \gamma(\theta_1 - \theta_H)$

γ est parfois appelée « constante psychrométrique » ; on a : $\gamma \cong \frac{c_{p,as} p_m}{d \times L_{v,0}}$

Rappel : d représente la densité, par rapport à l'air, de la vapeur d'eau.

Application numérique :

$$c_{p,as} \cong 1,006 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} ; p_m \cong 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; L_{v,0}(\text{\`a } 0^\circ \text{C}) \cong 2500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} ; d \cong 0,62$$

$$\gamma \cong 66 \text{ Pa} \cdot \text{K}^{-1}$$

On pourra vérifier, au passage, que les approximations faites, précédemment, sont tout à fait justifiées !

Remarque 3 : L'écart de température $(\theta_1 - \theta_H)$ est pratiquement proportionnel à $(x_1 - x_{\text{sat}})$ de sorte que plus l'air étudié est sec et plus la différence de température est marquée !

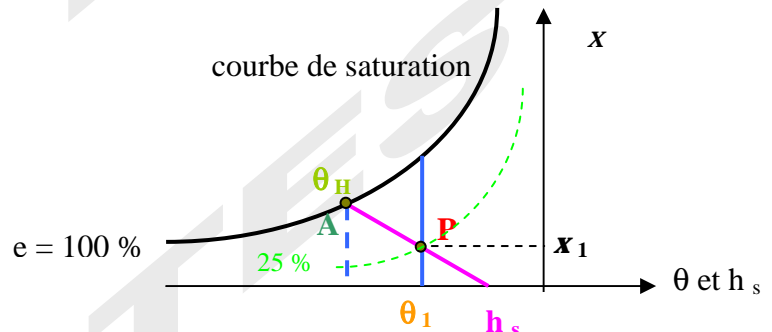
Remarque 4 : On trouve, aussi, parfois, des tables à double entrée permettant de calculer rapidement l'humidité relative sans avoir à utiliser la relation (voir annexe).

3°) Recherche de l'état de l'air étudié :

L'utilisation du diagramme psychrométrique de l'air dans la gamme de température ad hoc permet, bien entendu, d'obtenir l'état de l'air étudié.

L'état de l'air étudié est repéré par un point **P** sur ce diagramme. Il est situé à l'intersection de l'isotherme θ_1 et de

l'isenthalpe passant par le point **A** représentatif de l'air saturé à la température θ_H .



Exemple 1 : Trouver les caractéristiques de l'air humide pour lequel on a obtenu les indications suivantes : $\theta_1 = +20^\circ \text{C}$ et $\theta_H = +10^\circ \text{C}$

On obtient :

Enthalpie spécifique de l'air étudié : $h_{s,1} \cong 29 \text{ kJ} \cdot \text{kg d'air sec}$

Humidité absolue : $x_1 \cong 3,5 \text{ g d'eau par kg d'air sec}$

Humidité relative : $e_1 \cong 25\%$

Point de rosée pour cet air : $\theta_{R,1} \cong -1^\circ \text{C}$

Pression de vapeur saturante : $p_{\text{sat},1} \cong 6 \text{ mbar (ou 6 hPa)}$

4°) Conséquence immédiate : séchage d'un produit par de l'air chaud

De l'air pris à la température θ_1 se refroidit et se charge d'humidité au contact d'un produit que l'on veut sécher. Le séchage se fait de manière isenthalpique (le système auquel on s'intéresse est l'ensemble {air entrant + eau fixée} et le raisonnement est le même que celui développé au A - 2°) si on néglige la chaleur absorbée par le produit à sécher.

Compte tenu de tout ce qui précède, l'évolution d'un tel air est facile à schématiser sur le diagramme psychrométrique.

Dans la pratique, on commence souvent par réchauffer l'air servant à sécher de façon à abaisser son humidité relative.

Exemple 2 :

De l'air extérieur, pris à la température $\theta_1 = +18^\circ\text{C}$ et au degré hygrométrique $e_1 = 50\%$ est réchauffé jusqu'à la température $\theta_2 = 40^\circ\text{C}$ avant d'être utilisé dans un séchoir.

- Trouver les caractéristiques de l'air qui entre dans le séchoir.
- Quelle est la chaleur absorbée par l'air ?
- Quelle est la température θ_3 de l'air, à la sortie séchoir ?

Le degré hygrométrique e_3 de l'air, à la sortie du séchoir, est limité à 90 %.

- Quelle est la masse d'eau prélevée ?

On obtient :

Air extérieur
(point A)

Enthalpie spécifique de l'air extérieur : $h_{s,1} \cong 33,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec
Humidité absolue : $x_1 \cong 6,4 \text{ g}$ d'eau par kg d'air sec

Air entrant dans le séchoir
(point B)

Enthalpie spécifique de l'air entrant : $h_{s,2} \cong 55,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec
Humidité absolue : $x_2 = x_1 \cong 6,4 \text{ g}$ d'eau par kg d'air sec (*)
Humidité relative : $e_2 \cong 15\%$
(*) la masse de vapeur d'eau par kg d'air sec n'évolue pas !

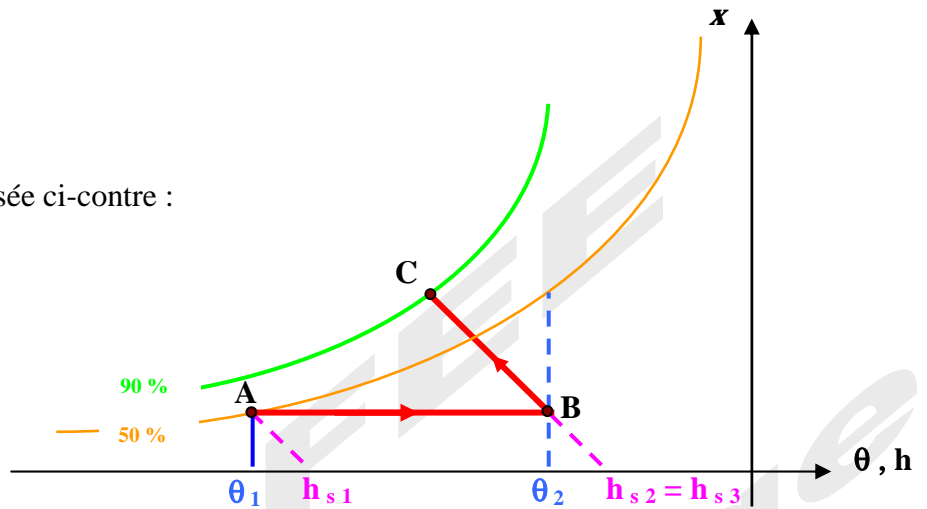
Air sortant du séchoir
(point C)

Enthalpie de l'air sortant : $h_{s,3} = h_{s,2} \cong 55,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec (*)
Humidité absolue : $x_3 \cong 14,2 \text{ g}$ d'eau par kg d'air sec
Température : $\theta_3 \cong 21^\circ\text{C}$
(*) Un kilogramme d'air qui entre et l'eau qu'il fixe a la même enthalpie qu'un kg d'air qui sort si on néglige le transfert thermique avec le produit à sécher.

La chaleur nécessaire (on est à pression constante) pour réchauffer l'air extérieur est égale à : $h_{2,s} - h_{1,s} \cong 22 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec

La masse d'eau prélevée est égale à : $\frac{m_{\text{eau}}}{m_{\text{as},1}} \cong (x_3 - x_2) \cong 7,8 \text{ g}$ d'eau par kg d'air sec

L'évolution de l'air est schématisée ci-contre :



B – Autres exemples :

1°) Droite de « soufflage »

L'exemple précédent nous amène à traiter le cas d'un flux d'air (régime permanent) auquel on « apporte » simultanément de la chaleur et de l'humidité (les apports peuvent être négatifs, positifs ou nuls).

On raisonne **sur un intervalle de temps** Δt fixé (« entrée »-indice 1 ; « sortie »-indice 3).

➤ Pour cette durée, on a conservation des masses :

- d'air sec : $m_{as,1} = m_{as,3}$
- d'eau : $m_{v,1} + m_{eau} = m_{v,3}$ donc : $m_{eau} = (x_3 - x_1) m_{as,1}$

➤ La variation d'enthalpie de l'air est égale à la chaleur absorbée (évolution isobare) ce qui impose : $m_{as,1} h_{s,1} + q = m_{as,1} h_{s,3}$

q étant la chaleur apportée à l'air entrant pendant la durée fixée.

➤ En éliminant $m_{as,1}$ entre les deux relations, on obtient :

$$\frac{h_{s,3} - h_{s,1}}{x_3 - x_1} = \frac{q}{m_{eau}} = \frac{\Delta h}{\Delta x} = K \frac{\Delta \theta}{\Delta x} \text{ car } \Delta h \text{ est proportionnel à } \Delta \theta$$

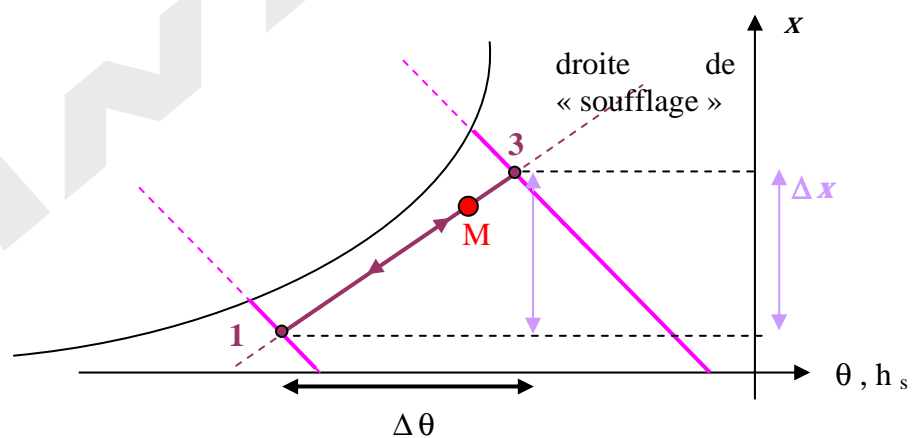
(c'est une propriété des isenthalpes ; $K = c_{p,as}$ - voir la première partie)

Conclusion :

Si le rapport $\frac{q}{m_{eau}}$ est connu,

les points représentatifs de l'état de l'air « initial » et de l'air « final » sont tous sur une droite (« droite de soufflage ») de pente

$$\frac{\Delta x}{\Delta \theta} = \text{Cte.}$$



Conséquence pratique :

Ici, les grandeurs q et m_{eau} , en régime permanent, sont proportionnelles au débit d'air soufflé.

Pour un état donné de l'air soufflé, il suffit de choisir le débit d'air pour obtenir l'état souhaité, au final. Les états **M** et **3** correspondent à des débits différents mais à un même rapport $\frac{q}{m_{\text{eau}}}$.

Si, par contre l'état final est imposé et le débit fixé, l'état de l'air soufflé est alors déterminé et on peut choisir la température de soufflage pour se placer dans les conditions requises.

2°) Dessiccation d'un air humide :

Exemple 3 :

De l'air humide, pris à la température $\theta_1 = +25^\circ\text{C}$ et au degré hygrométrique $e_1 = 80\%$ est refroidi, à pression constante, jusqu'à la température $\theta_2 = 10^\circ\text{C}$.

Cette dernière température étant inférieure au point de rosée de l'air humide, il y a condensation d'une partie de la vapeur d'eau contenue dans cet air humide.

Après élimination de l'eau condensée, on réchauffe l'air jusqu'à la température initiale $\theta_3 = \theta_1 = +25^\circ\text{C}$.

- Quelles sont les caractéristiques de l'état final de l'air ?
- Quelle est la masse d'eau condensée ?

On obtient :

Air initial
(point A)

Enthalpie spécifique de l'air initial : $h_{s,1} \cong 64 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec
Humidité absolue : $x_1 \cong 16,2 \text{ g}$ d'eau par kg d'air sec
Température du point de rosée : $21,5^\circ\text{C}$

Le refroidissement se fait à humidité absolue constante (il n'y a pas de condensation tant que le point de rosée n'est pas atteint). Le point de rosée est représenté par le point B.

Pendant la condensation, l'air reste saturé ; lorsque sa température atteint $\theta_2 = 10^\circ\text{C}$, il se trouve dans l'état représenté par le point C.

Le réchauffement qui suit se fait à humidité absolue constante (état final D).

Air dans l'état C

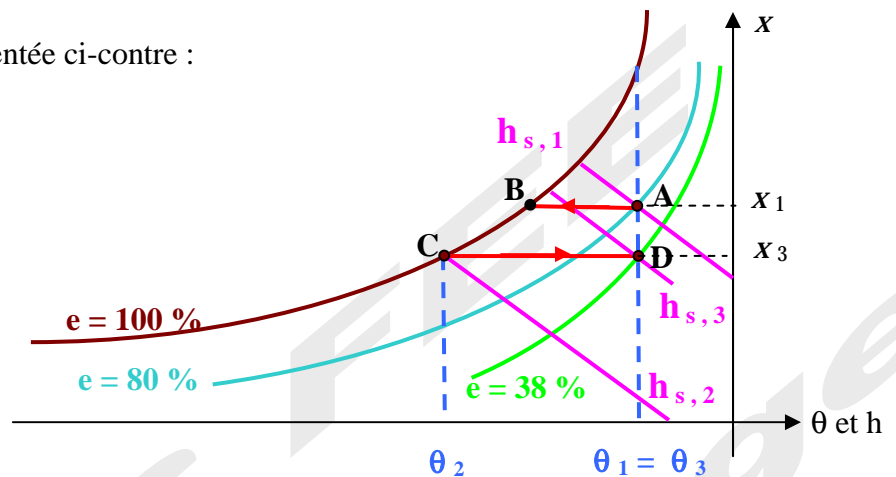
Enthalpie spécifique de l'air : $h_{s,2} \cong 28,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec
Humidité absolue : $x_2 \cong 7,7 \text{ g}$ d'eau par kg d'air sec
Humidité relative : $e_2 = 100\%$

Air dans l'état D

Enthalpie spécifique de l'air : $h_{s,3} \cong 44 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec
Humidité absolue : $x_3 = x_2 \cong 7,7 \text{ g}$ d'eau par kg d'air sec
Humidité relative : $e_3 = 38\%$

La masse d'eau condensée est égale à : $\frac{m_{\text{eau}}}{m_{\text{as},1}} \cong (x_1 - x_3) \cong 8,5 \text{ g d'eau par kg d'air sec}$

L'évolution de l'air est représentée ci-contre :



C – Mélange d'airs humides :

1°) Étude générale du problème :

On mélange, à pression constante, et sans échange de chaleur avec l'extérieur :

- une masse m_1 d'air, pris à la température θ_1 et d'humidité absolue x_1
- avec une masse m_2 d'air, pris à la température θ_2 et d'humidité absolue x_2 .

➤ Il y a conservation des masses : la masse du mélange est égale à la somme des masses des constituants :

$$m_m = m_1 + m_2$$

En faisant apparaître les humidités absolues des constituants, on obtient :

$$(1 + x_m)(m_{\text{as},1} + m_{\text{as},2}) = (1 + x_1)m_{\text{as},1} + (1 + x_2)m_{\text{as},2}$$

d'où l'on tire aisément :

$$\frac{m_{\text{as},1}}{m_{\text{as},2}} = \frac{x_m - x_2}{x_1 - x_m}$$

➤ L'enthalpie du mélange est égale à la somme des enthalpies des constituants puisque le mélange se fait à enthalpie constante sans travail des forces de pression et sans échange de chaleur avec l'extérieur).

On note : $(m_{\text{as},1} + m_{\text{as},2})h_{s,m} = m_{\text{as},1}h_{s,1} + m_{\text{as},2}h_{s,2}$

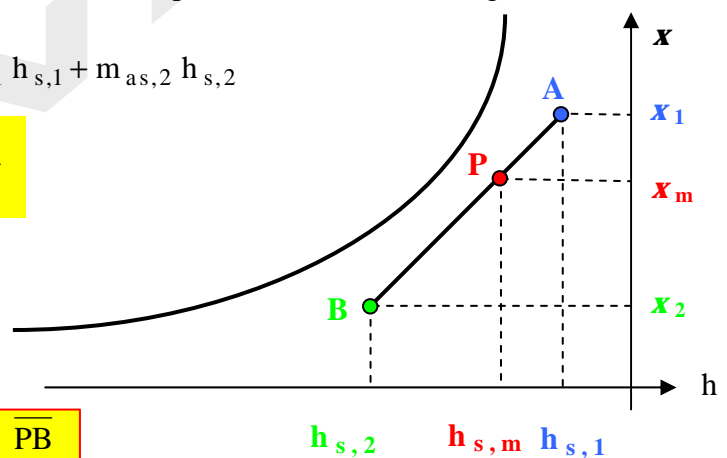
D'où l'on tire :

$$\frac{m_{\text{as},1}}{m_{\text{as},2}} = \frac{h_{s,m} - h_{s,2}}{h_{s,1} - h_{s,m}}$$

Conclusion :

Si l'état initial de l'air 1 est représenté par le point A et l'état initial de l'air 2 par B, le point M représentatif de l'état du mélange est tel que :

$$\frac{m_{\text{as},1}}{m_{\text{as},2}} = \frac{h_{s,m} - h_{s,2}}{h_{s,1} - h_{s,m}} = \frac{x_m - x_2}{x_1 - x_m} = \frac{\overline{PB}}{\overline{AP}}$$



Remarque : L'axe des abscisses étant gradué, également, en température, on a, bien entendu :

$$\frac{m_{as,1}}{m_{as,2}} = \frac{\theta_m - \theta_2}{\theta_1 - \theta_m} = \frac{\overline{PB}}{\overline{AP}}$$

Remarque : Le résultat ci-dessus reste vrai, si on procède à un mélange de deux flux d'air ayant des débits constants (régime permanent) ; on remplace les masses par les débits massiques.

2°) *Exemple 4* :

On mélange, dans les conditions ci-dessus, un air humide (débit massique $d_{m,1} = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$), à la température $\theta_1 = 30^\circ \text{C}$ et de degré hygrométrique $e_1 = 80\%$ avec une masse (débit massique $d_{m,1} = 3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$), d'air humide, à la température $\theta_2 = 20^\circ \text{C}$ et de degré hygrométrique $e_2 = 25\%$.
Quel est l'état du mélange ?

Calculs :

On raisonne sur un intervalle de temps Δt fixé. Les masses d'air sec sont calculées à l'aide des humidités absolues relevées directement sur le diagramme :

$$m_{as,1} = \frac{m_1}{1 + x_1} \cong 0,98 \text{ kg} \quad \text{et} \quad m_{as,2} = \frac{m_2}{1 + x_2} \cong 2,99 \text{ kg}$$

On pose : $\frac{m_{as,1}}{m_{as,2}} = k$

On en déduit : $x_m = \frac{k x_1 + x_2}{1 + k}$ soit : $x_m = 8,1 \text{ g d'eau par kg d'air sec}$

On positionne le point représentatif de l'état final sur la droite AB.

On lit le degré hygrométrique correspondant soit : $e \cong 47\%$

On peut, également, lire la température $\theta_m \cong 22,5^\circ \text{C}$ et l'enthalpie spécifique du mélange : $h_{s,m} \cong 42,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ d'air sec (sur le diagramme proposé, il faut extrapoler).

ANNEXE : Tableau donnant les humidités relatives en fonction de la différence ($\theta_1 - \theta_H$)

$\Delta\theta$ (°C)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	100	81	63	45	28	11					
2	100	84	68	51	35	20					
4	100	85	70	56	42	28	14				
6	100	86	73	60	47	35	23	10			
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7		
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	4	
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	
14	100	90	79	70	60	51	42	33	25	17	9
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22	15
18	100	91	82	73	64	56	48	41	34	26	20
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
26	100	92	85	78	71	64	58	50	45	40	34
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39

Pressions de vapeur saturante de l'eau (pour les calculs psychrométriques) :

Températures	p_{sat} (hPa)	Températures	p_{sat} (hPa)	Températures	p_{sat} (hPa)
-10	2,865	27	35,64	64	239,1
-9	3,100	28	37,79	65	250,1
-8	3,351	29	40,04	66	261,4
-7	3,619	30	42,41	67	273,3
-6	3,907	31	44,92	68	285,6
-5	4,216	32	47,53	69	298,4
-4	4,545	33	50,29	70	311,7
-3	4,896	34	53,18	71	325,4
-2	5,273	35	56,22	72	339,6
-1	5,676	36	59,40	73	354,3
0	6,104	37	62,74	74	369,6
1	6,566	38	66,24	75	385,5
2	7,054	39	69,91	76	401,9
3	7,575	40	73,75	77	418,9
4	8,129	41	77,78	78	436,5
5	8,719	42	81,98	79	454,7
6	9,348	43	86,39	80	473,6
7	10,13	44	91,00	81	493,1
8	10,72	45	95,82	82	513,3
9	11,47	46	100,85	83	534,2
10	12,27	47	106,12	84	555,7
11	13,12	48	111,62	85	578,0
12	14,02	49	117,35	86	601,1
13	14,97	50	123,34	87	625,1
14	15,97	51	129,60	88	649,5
15	17,04	52	136,12	89	674,9
16	18,07	53	142,92	90	701,1
17	19,36	54	150,0	91	728,1
18	20,62	55	157,4	92	756,1
19	21,96	56	165,1	93	784,9
20	23,37	57	173,1	94	814,6
21	24,86	58	181,5	95	845,2
22	26,43	59	190,2	96	876,9
23	28,09	60	199,2	97	909,5
24	29,82	61	208,6	98	943,0
25	31,67	62	218,4	99	977,8
26	33,60	63	228,5	100	1013,25