

Travaux et chaleurs reçus par un gaz parfait

Un gaz parfait obéit à l'équation d'état que nous écrivons : $pV = m r T$ *

Il obéit, également :

- à la première Loi de Joule : $dU = m c_v dT$
- à la seconde Loi de Joule : $dH = m c_p dT$

Dans la suite, une masse m d'un gaz parfait subit une transformation réversible $1 \rightarrow 2$:

* Si le système comporte n moles (et non une masse m), on sait que l'on a : $m r = n R$

1°) $1 \rightarrow 2$ est une évolution isotherme d'un gaz parfait :

(isotherme $\rightarrow dT = 0$ ce qui entraîne $T_1 = T_2 = T$ et aussi : $p_1 V_1 = p_2 V_2$) :

La première Loi de Joule donne $dU = 0$ et la seconde Loi de Joule donne $dH = 0$

Le Premier Principe s'écrit alors : $Q_{\text{isotherme}} + W_{\text{isotherme}} = 0$

$$W_{\text{isotherme}} = \int_{\text{état 1}}^{\text{état 2}} \delta W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

avec $pV = m r T$, on obtient $p = \frac{m r T}{V}$ et, l'intégrale précédente s'écrit :

$$W_{\text{isotherme}} = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{m r T}{V} dV = - m r T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = - m r T \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{\text{isotherme}} = - m r T \ln \frac{V_2}{V_1} = - m r T \ln \frac{p_1}{p_2} = - Q_{\text{isotherme}}$$

2°) $1 \rightarrow 2$ est une évolution isobare d'un gaz parfait :

(isobare $\rightarrow dp = 0$ ce qui entraîne $p_1 = p_2 = p$) :

Le travail reçu par le fluide s'écrit : $W_{\text{isobare}} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = - p (V_2 - V_1)$.

$$W_{\text{isobare}} = - p (V_2 - V_1)$$

La chaleur reçue par le fluide se calcule facilement à l'aide de l'enthalpie :

$$dH = \delta Q + V dp = \delta Q \text{ puisque } dp = 0$$

On a donc : $Q_{\text{isobare}} = H_2 - H_1 = m c_p (T_2 - T_1)$

$$Q_{\text{isobare}} = m c_p (T_2 - T_1)$$

Remarque 1: $c_p = \frac{\gamma r}{(\gamma - 1)}$

Remarque 2: Le Premier Principe s'écrit : $Q_{\text{isobare}} + W_{\text{isobare}} = \Delta U = m c_v (T_2 - T_1)$

La chaleur reçue par le gaz parfait s'écrit : $Q_{\text{isobare}} = m c_v (T_2 - T_1) - W_{\text{isobare}}$

Soit : $Q_{\text{isobare}} = m c_v (T_2 - T_1) + p (V_2 - V_1)$

L'équation d'état des gaz parfaits donne : $p V_1 = m r T_1$ et $p V_2 = m r T_2$ de sorte que l'on obtient:

$$Q_{\text{isobare}} = m c_v (T_2 - T_1) + m r (T_2 - T_1)$$

et on peut retrouver le résultat précédent, en utilisant la relation de Mayer mais c'est un peu plus long!

3°) 1 → 2 *est une évolution isochore d'un gaz parfait*

(isochore → $dV = 0$ ce qui entraîne $V_2 = V_1 = V$)

☞ Le travail reçu par le fluide est nul : $W_{\text{isochore}} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = 0$

$$W_{\text{isochore}} = 0$$

☞ Le Premier Principe nous permet d'écrire:

$$Q_{\text{isochore}} + W_{\text{isochore}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m c_v (T_2 - T_1) = Q_{\text{isochore}}$$

$$Q_{\text{isochore}} = m c_v (T_2 - T_1)$$

4°) 1 → 2 *est une évolution adiabatique :*

(adiabatique → $\delta Q = 0$ ce qui entraîne $Q_{1 \rightarrow 2} = 0$)

☞ La chaleur reçue par le gaz parfait s'écrit simplement:

$$Q_{\text{adiabatique}} = 0$$

☞ Le Premier Principe et la première loi de Joule nous permettent d'écrire:

$$Q_{\text{adiabatique}} + W_{\text{adiabatique}} = W_{\text{adiabatique}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m c_v (T_2 - T_1)$$

$$W_{\text{adiabatique}} = m c_v (T_2 - T_1)$$

Remarque: L'expression de $c_v = \frac{r}{(\gamma - 1)}$ nous permet d'écrire le travail total reçu par le fluide sous une

autre forme :

$$W_{\text{adiabatique}} = \frac{1}{(\gamma - 1)} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

ce qui nous permet de passer facilement (sans démonstration) au travail total reçu par un fluide au cours d'une transformation polytropic.

5°) $1 \rightarrow 2$ est une évolution polytropique d'exposant $1 < k < \gamma$:

$$W_{\text{polytropique}} = \frac{1}{(k-1)} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$\Delta H_{1 \rightarrow 2} = m c_p (T_2 - T_1) = \gamma \Delta U_{1 \rightarrow 2}$$

On a toujours : $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{\text{polytropique}} + W_{\text{polytropique}} = m c_p (T_2 - T_1)$

On obtient :

$$Q_{\text{polytropique}} = (p_1 V_1 - p_2 V_2) \left\{ \frac{1}{\gamma-1} - \frac{1}{k-1} \right\}$$

Attention ! Toutes ces relations ne sont pas à apprendre par cœur ! Il faut, simplement, savoir les retrouver facilement...

Travaux et chaleurs reçus par un gaz parfait (masse m)

Équation d'état (toujours vraie, dans un état d'équilibre thermodynamique) : $pV = m r T$ avec $r = \frac{R}{M}$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \text{ et } c_p - c_v = r \Rightarrow c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \text{ et } c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$$

Si γ est une constante, on a :

Transformation 1 → 2	$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$	$\Delta H_{1 \rightarrow 2} = H_2 - H_1$	$W_{1 \rightarrow 2}$ ou W_{total}	$Q_{1 \rightarrow 2}$	Compléments
Isotherme ($dT = 0$)	0	0	$-m r T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$+m r T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$Q_{1 \rightarrow 2} + W_{\text{total}} = 0$ $pV = \text{Cte}$
Isobare ($dP = 0$)	$m c_v (T_2 - T_1)$	$m c_p (T_2 - T_1)$	$-p_1 (V_2 - V_1)$	$m c_p (T_2 - T_1)$	$Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta H_{1 \rightarrow 2}$
Isochore ($dV = 0$)	$m c_v (T_2 - T_1)$	$m c_p (T_2 - T_1)$	0	$m c_v (T_2 - T_1)$	$Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2}$
Adiabatique ($\delta Q = 0$) et réversible	$m c_v (T_2 - T_1)$	$m c_p (T_2 - T_1)$	$m c_v (T_2 - T_1)$ ou $\frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma - 1}$	0	$W_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2}$ $pV^\gamma = \text{Cte}$ $T V^{(\gamma-1)} = \text{Cte}$ $T^\gamma p^{(1-\gamma)} = \text{Cte}$
Polytropique (exposant k)	$m c_v (T_2 - T_1)$	$m c_p (T_2 - T_1)$	$\frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{k - 1}$	$\left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{k - 1}\right)(p_2 V_2 - p_1 V_1)$	$pV^k = \text{Cte}$ $T V^{(k-1)} = \text{Cte}$ $T^k p^{(1-k)} = \text{Cte}$

Bien sûr, en utilisant judicieusement l'équation d'état, et les expressions des capacités calorifiques, on peut donner des expressions variées aux travaux et aux chaleurs.